

¿POR QUÉ LOS SISTEMAS COMPLEJOS Y EL CAOS APLICADOS A LOS SISTEMAS DE SALUD ? [\(NOTA 1\)](#)

Enrique Ruelas [\(NOTA 2\)](#)

[Agradecemos a los doctores Enrique Ruelas y Ricardo Mansillas, coordinadores del libro, así como al Dr. Javier Rosado Muñoz y al autor del artículo la autorización para su publicación.]

Este libro nace como resultado del intercambio de conocimientos entre médicos, físicos y matemáticos del más alto nivel nacional e internacional, durante una serie de reuniones realizadas en la Secretaria de Salud de nuestro país, desde finales del año 2003 hasta mediados del año 2004. Consideramos que las ideas aquí desarrolladas son de la más alta relevancia para enfrentar muchos de los retos presentes en los sistemas de salud en el ámbito mundial. Esta obra está dedicada especialmente a todos los integrantes de dichos sistemas. El siglo XX, fundamentalmente en sus últimas cinco décadas, estuvo caracterizado por una serie de sucesos muy importantes, íntimamente relacionados con los avances tecnológicos asociados, en principio, con los hallazgos de la física, y derivados de los esfuerzos realizados a finales de la Segunda Guerra Mundial en el plano de la tecnología militar. [\(NOTA 3\)](#) Muchas de estas tecnologías contribuyeron más adelante a la transformación acelerada de diversos aspectos de la sociedad actual. Sin duda, uno de los eventos más notables de esta revolución es la aparición y desarrollo de las computadoras digitales, cuya trascendencia puede ser comparada con la del telescopio en la astronomía o la del microscopio en la biología. A decir de Heinz R. Pagels en su libro *Los sueños de la razón*

,
[\(NOTA 4\)](#)

las computadoras son el instrumento por excelencia de las ciencias de la complejidad. El posterior desarrollo de las tecnologías de cómputo y el sostenido "abaratamiento" de las mismas, ha propiciado un cambio de paradigma en las concepciones fundamentales de muchos sectores del saber humano. Las propias matemáticas, con su secular estilo de obtención rigurosa de los resultados, se han abierto en muchos campos a la investigación numérica, a tal punto que ya nos resulta familiar el concepto de *matemática experimental*. Una de las ramas de las matemática más favorecida por esta nueva impronta es sin duda la teoría de los sistemas dinámicos. Sus orígenes están marcados por el excelente acuerdo entre la teoría y la práctica alcanzado por la mecánica celeste, que convirtió al determinismo en corriente filosófica en boga a partir del siglo XVII. Cabe recordar aquí la frase de Pierre Simon Laplace:

Si una mente poderosa fuera capaz de captar todas las fuerzas de la Naturaleza y la posición de todos los elementos que la componen; si ese intelecto fuera lo suficientemente poderoso

para someter todos estos datos al análisis, podría condensar en una sola fórmula el movimiento de los más grandes cuerpos del Universo, así como el de los más pequeños átomos; a tal intelecto nada le sería desconocido, tanto del futuro como del pasado. (NOTA 5)

La introducción de las computadoras en la investigación de problemas relacionados con los sistemas dinámicos abrió las puertas al desarrollo de la teoría de los sistemas caóticos, una de las más fructíferas áreas de investigación actuales. Como bien nos explica el doctor José Luis Mateos en el capítulo II, esta teoría tiene sus orígenes en los trabajos de Henri Poincarè sobre mecánica celeste. Su incidencia en otras ramas del saber humano fue inmediata, creando las bases de lo que hoy se conoce como ciencias de la complejidad.

Problemas de la física y de las matemáticas que hasta hace unos treinta años eran muy difíciles de resolver, pues las operaciones realizadas con cálculos manuales podrían llevar décadas o centurias, ahora pueden realizarse en minutos, y muchas veces hasta en milisegundos, gracias a las modernas organizaciones de redes de computadoras.

El empleo de las computadoras digitales tiene aplicaciones en muchos campos, lo mismo se trate del diseño gráfico, la arquitectura, el cine y, desde luego, la medicina; el desarrollo impresionante de estas máquinas ha condicionado, como ya dijimos, cambios de paradigmas, en el sentido de Thomas Kuhn, (NOTA 6) de más de dos mil años de antigüedad. Estos nuevos paradigmas implican, sin duda, una mejor aproximación al conocimiento de los llamados sistemas complejos en la naturaleza. Aquí, el uso de las computadoras ha permitido acercarse a las auténticas características no-lineales de la mayoría de los sistemas de la naturaleza y la sociedad, ámbito prohibido por su elevada complejidad antes de la introducción de estos ingenios cibernéticos.

Para la mente de un físico como Edwin Schrödinger (premio Nobel de Física, creador de una de las ecuaciones fundamentales de la mecánica cuántica), la vida era a la vez ordenada y complicada, pues veía en la aperiodicidad una de las cualidades especiales de la materia. Hace unos setenta años, esto no era fácilmente explicable, pero ahora cada vez más trabajos apoyan estas ideas.

Para nosotros, que vivimos vinculados al sistema de salud, los avances de las matemáticas y de la física podrían ser extrapolados especialmente al caso de los sistemas organizacionales de nuestro sistema, pues dichos hallazgos explican muchos de los fenómenos y problemas a los que nos hemos enfrentado durante décadas.

Siguiendo esta misma línea, podemos considerar que también muchas enfermedades pueden ser interpretadas como sistemas complejos, es decir comparten los atributos de éstos y, como veremos después, tienen un comportamiento específico, cuyas características están siendo descubiertas y precisadas. El capítulo V de este libro, desarrollado por el doctor Germinal Cocho, es una excelente aproximación al tema.

Cómo veremos más adelante, el carácter caótico de algunos sistemas complejos, tiene mucha relación con los sistemas médicos. Actualmente, hay estudios que muestran que el comportamiento de algunos sistemas del cuerpo humano tiene características caóticas. Una interesante introducción a tales estudios en los sistemas fisiológicos aparece en el capítulo II de la presente obra, desarrollado por el doctor José Luis Mateos; mientras que en el capítulo III, el doctor Ricardo Mansilla expone las consecuencias de dichos estudios para la epidemiología.

Durante siglos, hemos explicado muchos de los fenómenos que suceden en la naturaleza por medio de métodos lineales. Como ya se mencionó, esto en matemáticas se refiere a la relación proporcional que existe entre el aumento o disminución del valor de una variable con respecto a otra. En una ecuación lineal, si una variable aumenta, el resultado también aumenta proporcionalmente o viceversa. Como veremos a lo largo de este libro, ese paradigma comienza a derrumbarse, dando paso a uno nuevo basado en la no-linealidad.

Reduccionismo

El reduccionismo, como tendencia del pensamiento, podría definirse sintéticamente de este modo: *el todo sólo puede ser explicado con la suma de sus partes constituyentes*. [\(NOTA 7\)](#) Es difícil encontrar otro sistema de la realidad objetiva, en el que se haya empleado tan intensamente esta concepción, como el cuerpo humano. La reducción del sistema de estudio a las partes más sencillas que se puedan analizar ha sido el paradigma en medicina durante milenios.

Una visión reduccionista

Este modo de pensar tuvo un innegable éxito, pues gracias a él se han podido estudiar moléculas y átomos, de los cuales se han encontrado las propiedades físico-químicas. Todo el mundo material está formado de átomos, compuestas a su vez de neutrones, electrones y otras partículas; no obstante, el resultado de sus diferentes combinaciones puede ser una formidable maquinaria innovadora o un cuerpo humano con múltiples y complicadas funciones. Sin embargo, tales niveles de complejidad no pueden ser explicados a partir de la suma mecánica de las propiedades de las partes constituyentes, sino a partir de las propiedades emergentes de la *interacción no-lineal* entre las partes que los componen.

Teniendo sus orígenes en la obra de René Descartes, titulada *Reglas para la conducción del espíritu y principios de filosofía* ,

[\(NOTA 8\)](#)

el reduccionismo ha sido durante siglos la piedra angular de la investigación científica . Sin embargo, con el advenimiento de las computadoras digitales ha sido posible una mirada más cercana al auténtico comportamiento de muchos fenómenos, que gracias a ello nos revelan su naturaleza no-lineal. Este último concepto está diametralmente reñido con el reduccionismo cartesiano.

Insistimos, ahora parece muy atractivo que los estudios de los físicos y los matemáticos enfocados a los sistemas complejos se trasladen a los fenómenos que acontecen en los sistemas de salud, pues esto permite aproximarse mejor a la explicación de problemas que se presentan actualmente en dichos sistemas.

Antecedente histórico de la aparición de la ciencia del caos

Si bien este tema se desarrolló claramente en varios capítulos de este libro, haremos aquí un breve recorrido desde sus orígenes hasta la actualidad.

Partiendo de la visión aristotélica, dando un salto enorme en el tiempo hasta llegar a los avances científicos del medioevo y del Renacimiento, vemos surgir la física y la astronomía como ciencias con identidad propias, tomadas de la mano de las matemáticas a partir de los trabajos de Copérnico, Galileo, Descartes y Newton, entre otros. El telescopio de Galileo es la primera herramienta que abre el espectro de una parte de la naturaleza al escrutinio humano. Isaac Newton completa la visión de la física de su época con su síntesis de la mecánica, haciendo uso de una nueva herramienta que puede catalogarse como uno de los más grandes logros del intelecto humano: el cálculo.

A este grupo se une William Harvey con el estudio del flujo circulatorio de la sangre, cuyo descubrimiento representa un avance excepcional para la fisiología humana; Asimismo, un cinético notable del siglo XVII, Antoine Lavoissier, considerado el padre de la química, contribuye a este avance con sus estudios sobre la respiración y la oxidación.

Para entonces el uso del microscopio, el segundo instrumento de ampliación de la observación humana, abre un campo impresionante y apasionante en la biología; y así brinda un espacio para enriquecer las ideas de Gregor Mendel, el brillante monje iniciador de la genética. ([NOTA 9](#))

Simultáneamente, los descubrimientos de Claude Bernard ([NOTA 10](#)) generan muchos de los paradigmas en fisiología que seguimos reconociendo y estudiando en la actualidad. Los avances que él propició, –y los de muchos otros científicos de singular talento, tales como Louis Pasteur y Robert Koch– han permitido el desarrollo de la medicina, cuyos frutos ahora cosechamos con resultados que parecen permitir un tratamiento más eficaz de muchas enfermedades y una esperanza de vida mayor.

Es importante hacer notar que si bien los avances científicos antes mencionados se lograron a partir del reduccionismo y el pensamiento lineal, su alcance se ha agotado y no son suficientes para abordar cabalmente la aparición de los nuevos hallazgos científicos.

Atractores extraños y ciencia del caos

En la década de los cincuenta, J. von Neumann comprendió que los modelos meteorológicos podrían ser diseñados computacionalmente. Estos modelos requerían de condiciones iniciales y de frontera que debían ser obtenidos de manera experimental y, por tanto, sujetos a errores de medición. Por tal motivo, las mediciones jamás serían exactas. No obstante, la creencia de que podía obtenerse una apreciación aproximada de la realidad, estaba en la mente de aquella generación de científicos. Tal vez esta idea se sustentaba en la siguiente frase de Newton: “dado un conocimiento aproximado de las condiciones iniciales y la comprensión de la ley natural, puede calcularse el comportamiento aproximado de un sistema”.

No obstante, la realidad es más rica que cualquier modelo. En los años sesenta, en su laboratorio de Massachusetts, Edward Lorenz desarrolló simulaciones acerca del comportamiento de ciertos fenómenos meteorológicos. ([NOTA 11](#)) A la postre, el resultado obtenido demostró que no había posibilidad de predecibilidad. Lorenz, había construido un modelo matemático simplificado de corrientes convectivas en la atmósfera que se basaba en la diferencia de temperatura entre las distintas capas atmosféricas. Las variables de su modelo

eran tres, y al graficar sus resultados descubrió que las líneas que las representaban, producían pautas que nunca eran idénticas. Había una pauta con perturbaciones, un desorden ordenado. El concepto de

c

aos

desarrollado a partir de los trabajos pioneros de Lorenz será abordado en el capítulo II. Como las simulaciones se tardaban mucho, habida cuenta de la velocidad de su computadora, Lorenz, al reiniciar su trabajo, suprimió tres decimales a las cifras originales que tenían siete. Usando tres decimales, la nueva gráfica no mostraba una diferencia muy importante respecto a la que utilizaba siete. No obstante, el comportamiento futuro de las dos gráficas daba resultados muy diversos. Lorenz concluyó correctamente que pequeños cambios en las condiciones iniciales producían dos curvas tan diferentes, que parecían provenir de dos sistemas distintos. Esto dio origen a lo que actualmente se conoce como “efecto mariposa” el cual, guardando las debidas proporciones, expresa que el aleteo de una mariposa en cierto lugar de Brasil, podría ocasionar un huracán en Estados Unidos.

Es notable el hecho de que este fenómeno había sido reportado setenta años antes por el genial matemático francés H. Poincarè. [\(NOTA 12\)](#) Además, este científico dejó constancia para la posteridad de este descubrimiento en su ensayo

Ciencia y Método

: “Una causa muy pequeña, que se nos escapa a la percepción, determina un efecto considerable que no podemos dejar de ver, y entonces decimos que este efecto es debido al azar”.

[\(NOTA 13\)](#)

Así entró la aleatoriedad en la explicación de fenómenos naturales con una rancia estirpe determinista. Medio siglo después, científicos de la talla de Andrei Nikolaevich Kolmogorov, Vladimir Igorevich Arnold y Jürgen Moser culminaron la obra de Poincarè dilucidando completamente el carácter estocástico de ciertas trayectorias de cuerpos celestes. Si bien la estabilidad del sistema solar en su conjunto quedó completamente clara, Jack Wisdom,

[\(NOTA 14\)](#)

en la actualidad profesor del Massachusetts Institute of Technology, demostró en una tesis de doctorado que hizo época, que ciertos cuerpos celestes, en particular los correspondientes a la banda de asteroides, pueden tener un comportamiento caótico. Su trabajo explicó de manera exitosa las franjas de Kirwood en la franja de asteroides del sistema solar.

Sus hallazgos en los estudios atmosféricos llevaron a Lorenz a investigar cómo entendía la ciencia los flujos o corrientes en todo género de fluidos. Las leyes físicas que gobiernan el movimiento de los fluidos son bien conocidas, pero las ecuaciones que las traducen al lenguaje matemático son complejas, y sólo se pueden obtener soluciones exactas en pocos casos, tan simples que no sirven para mucho. Los matemáticos conocen esas ecuaciones con el nombre de ecuaciones diferenciales no-lineales en derivadas parciales.

Lorenz vio más que azar en su modelo del tiempo; encontró orden disfrazado de azar, y dedujo que todo era debido a las pequeñas variaciones introducidas en los datos iniciales. Esto era totalmente inesperado, pues los matemáticos y los físicos pensaban que si cambiaban levemente las condiciones iniciales, los resultados diferirían también en una cantidad proporcionalmente pequeña.

Con los descubrimientos de Lorenz quedaba claro cómo una cadena de sucesos aparentemente irrelevantes, pequeños en magnitud, pueden conducir a un punto verdaderamente crítico que incrementará los cambios, que hasta ese momento habían sido

insignificantes, hasta llevarlos a una condición caótica. La pregunta era cómo podía surgir tal caos de un simple sistema determinista.

Las ecuaciones lineales pueden indicarse con una línea recta en una gráfica y no es difícil ver sus relaciones. Los sistemas lineales poseen la virtud de modelarse fácilmente y a sus piezas se las puede también montar y desmontar con facilidad en el sistema. Esto no sucede con las ecuaciones no-lineales. Por lo tanto, la mutabilidad de la no-linealidad es difícil de calcular, si bien permite explorar y crear múltiples clases de comportamiento, lo que nunca ocurre en los sistemas lineales.

Sin duda, las aportaciones de Lorenz al conocimiento de los sistemas complejos y la condición de que pueden ser caóticos, son sumamente importantes, pues descubrió, entre otras cosas, características fundamentales de los sistemas, que nos ayudan a entender mejor lo que conocemos como *caos*. Además, tuvo la agudeza de encontrar lo que, de cierta manera, representa los sitios de permanencia última de estos sistemas, los llamados *atractores extraños*

Retomando el antecedente del cambio de paradigmas, de reduccionismo a no-reduccionismo, de linealidad a no-linealidad y sistemas complejos, en la década de los setenta, un grupo de científicos norteamericanos y europeos, constituido por matemáticos, físicos, biólogos y fisiólogos, emprendió la búsqueda de fenómenos como el orden en el caos, que ahora sabemos que son comunes en la naturaleza.

Este comportamiento ha dado lugar a toda una rama de la física y las matemáticas: *la ciencia del caos*

término acuñado por el matemático J. York. El caos se expresa en casi todas partes y es un obstáculo fundamental para poder predecir el futuro. Se pueden conocer las leyes que rigen el universo, pero es posible que no puedan utilizarse para predecir lo que ocurrirá más adelante. Hay situaciones en que la ciencia es incapaz de predecir en el largo plazo el camino que tomará un sistema.

El caos al que aquí nos referimos no significa azar y desorden, sino se refiere a un *nuevo orden*

Muchas ecuaciones deterministas tiene un carácter discreto y su evolución se obtiene a partir de sucesivas iteraciones. Al examinar el proceso de iteración (repetición) de muchas ecuaciones no lineales se encontró que ocurren ciertos patrones que, con frecuencia, conducen hacia alguna clase de conducta limitada o restringida, representada por los puntos de atracción de la ecuación. Ciertos atractores muestran extrañas formas al graficarse, y algunos de ellos tienen propiedades aún más complicadas, por lo que se les conoce como *atractores extraños*

Una de sus propiedades más importante es que ciertas secciones transversales de los mismos poseen estructura fractal.

Fractales

El origen de la geometría fractal se debe en parte a la obra de Benoit Mandelbrot, Este matemático de origen judío, nacido en Varsovia en 1924, ha dejado la impronta de su talento en la ciencia contemporánea. Su trabajo representa un avance notable en el descubrimiento de una nueva geometría de la naturaleza; acuñó la palabra *fractal* en la década de los setenta, derivándola del adjetivo latín

fra

ctus

. Un fractal, dice Mandelbrot, es una manera de ver lo infinito con el ojo de la mente. Al estudiar series de los precios del algodón en el Thomas J. Watson Research Center de IBM en Yorktown Heights en los Estados Unidos, Mandelbrot encontró que cada precio era azaroso e impredecible, pero la secuencia de los cambios no dependía de la escala. Las curvas de las gráficas de los cambios diarios y de los mensuales habían permanecido sin variación durante por lo menos sesenta años a pesar de que hubo eventos muy relevantes, entre ellos, dos guerras mundiales y la depresión económica de 1929 en los Estados Unidos; sin embargo, es importante hacer notar que en los resultados había una especie de orden no esperado. La manera en que estas ideas atacan los cimientos mismos de las teorías económicas comúnmente aceptadas en la actualidad, así como su vinculación con los procesos epidémicos, será ampliamente desarrollado por el doctor Ricardo Mansilla en el capítulo III.

Conjuntos de Cantor

En sus cavilaciones, Mandelbrot se hizo una serie de preguntas inducidas por el comportamiento financiero del algodón, que al estudiarlo matemáticamente mostraba fenómenos parecidos a los conjuntos de Cantor. [\(NOTA 15\)](#)

Con estas ideas, al estudiar las formas de la superficie terrestre, se planteó que si se observaba desde el espacio, a la distancia de unos cuantos kilómetros, se vería que las líneas suben y bajan por árboles, edificios, montañas y casas. A esa distancia, estos se ven como bultos, y su superficie puede parecer como lisa, pero a medida que nos acercamos, ésta misma tiene una apariencia más rugosa, hasta que, dependiendo de la distancia en que se observen, se verá una figura acorde con lo que realmente es.

Poco caso hacían los matemáticos en los años cuarenta de problemas tales como los polvos de Cantor, la inestabilidad, la discontinuidad y el ruido. Esos conceptos matemáticos no habían sido tenidos en cuenta por la geometría durante más de dos milenios. Por lo demás, la influencia del grupo Bourbaki en el desarrollo de las matemáticas de esa época constituía un lastre para las ideas revolucionarias de Mandelbrot.

Las figuras de la geometría clásica son conos, triángulos, esferas, círculos, líneas y planos los cuales representan una abstracción muy simplificada de la realidad e inspiraron la concepción filosófica de la armonía platónica. Los artistas y, desde luego, la mayoría de los seres humanos han encontrado en las figuras de Euclides la belleza ideal; actualmente casi todo el mundo continúa estudiando y utilizando esa geometría.

Sin embargo, Mandelbrot tuvo la genialidad de observar que las nubes no son esferas ni tienen la forma de ellas; los montes y las montañas no son conos; las olas y la espuma del mar no son curvas, ni los litorales tienen formas precisas comprendidas dentro de la geometría euclidiana. Mandelbrot observó que el universo tiene un aspecto áspero, no es liso, tiene hendiduras, huecos y otras texturas *sui generis*. Se trata pues, de una nueva geometría que describe mejor la complejidad de las formas y las estructuras de la naturaleza y su organización; además implica, y esto es muy importante, que toda esta variedad de formas tiene un orden y, por lo tanto, no es fortuita. La obra de Mandelbrot abre un espacio enorme a la creatividad en el arte y otras disciplinas, pues se incorporan nuevas formas. Como ya hemos dicho, estas nuevas formas se conocen como *fractales*.

Vivimos en un mundo que percibimos tridimensional, lo que significa que necesitamos números para especificar lo largo, lo ancho y lo alto. Es otra muestra del legado geométrico de Euclides,

en el que el espacio tiene tres dimensiones; el plano, dos; la línea, una y el punto, cero. Pero para Mandelbrot la descripción de las figuras complejas dependen mucho de la distancia a la que se observa, por ejemplo, el contorno de una isla depende fuertemente de cuál es la escala en la que hacemos sus mediciones. Vista desde el aire, se pierden muchos detalles, como los estuarios pequeños, penínsulas minúsculas, etc. A una distancia más corta empiezan a aparecer detalles no vistos antes. Ese proceso puede tener varios ordenes de magnitud, lo que es una característica de los fenómenos fractales.

¿Qué modelo geométrico utilizaríamos entonces para dar la dimensión real de la longitud de la costa? El avance de las matemáticas en los dos últimos siglos, en particular de la topología, ha permitido desarrollar herramientas propias para esta tarea. Nos referimos a las *dimensiones fractales*. Este concepto tiene su origen en los trabajos de los notables matemáticos Félix Hausdorff y Abram Samoilovitch Besicovitch.

Los fractales tienen la característica de que pueden representar algo más que una línea y menos que un plano, pueden ser mayores que una forma unidimensional y menores que una forma bidimensional.

Matemáticamente, el fractal es una figura geométrica compleja. Los fractales poseen la propiedad de que sus porciones pueden ser visualizadas como una réplica del todo a escala reducida.

Hay muchas estructuras matemáticas que son fractales: el triángulo de Waclaw Sierpinski, la curva de Helge von Koch, el conjunto de Mandelbrot, los conjuntos de Gaston Julia y muchas otras.

La característica decisiva para llamarlos fractales es su dimensión fraccionaria, en otras palabras, porque poseen una dimensión de Hausdorff-Besicovitch fraccionaria.

La estructura fractal en los sistemas del cuerpo humano

En estudios recientes de los sistemas del cuerpo humano, médicos, fisiólogos y biólogos han encontrado que aquellos tienen una estructura fractal, tal es el caso del sistema urinario, los conductos biliares en el hígado, la red de fibras en el corazón (concretamente la red del haz de His-Purkinje), la red venosa y arterial, la estructura de los bronquios y muchas otras. ¿Cómo es que la naturaleza logró desarrollar estructuras tan complicadas? Mandelbrot responde a esto diciendo que “sólo hay complicaciones si se usa la tradicional geometría de Euclides” Las estructuras ramificadas se pueden describir como fractales con una sencillez transparente y no se requiere más información.

Un punto importante a destacar para el caso del ácido desoxirribonucleico (ADN) es que le basta “indicar” un proceso repetitivo de bifurcación y desarrollo para que surjan los bronquios, bronquiólos y hasta los alvéolos, desde luego esto puede ser válido y aplicarse a cualquier estructura en la naturaleza. En cierta ocasión, el notable matemático francés Adrien Douady conjeturó que la manera en que los conjuntos de Julia eran desarrollados a partir de iteraciones de simples funciones, podía dar una pauta de cómo el ADN guardaba la información para la replicación de un ser vivo.

Asimismo, es interesante ver que en medicina, los fractales pueden estar presentes también en la epidemiología. En este sentido, son interesantes los datos epidemiológicos recopilados por W. S. Schaffer en las ciudades de Nueva York y Baltimore, en primer lugar, y después en Aberdeen, Escocia y toda Inglaterra y Gales.

Schaffer ha compuesto un modelo dinámico semejante a un péndulo amortiguado. [\(NOTA 16\)](#) Por lo general, algunas enfermedades infantiles sobrevienen anualmente por contagio entre niños que vuelven a la escuela. El modelo de Schaffer predice que la varicela o el sarampión tienen un comportamiento específico: la varicela varía periódicamente y el sarampión, caóticamente. Los datos matemáticos cumplen con exactitud su predicción. Las variaciones anuales carecían de explicación para el epidemiólogo tradicional que decía que dependían del azar y que eran inestables.

Schaffer demostró, con las técnicas de reconstrucción del espacio de fases, que el sarampión obedece a un atractor extraño, cuya dimensión fractal es de aproximadamente 2.5. Computó exponentes de Liapunov y trazó mapas de Poincarè: el atractor resultó ser caótico. A un año de alta incidencia del sarampión le sigue uno de desplome vertical, después de uno de infección media, el índice cambia levemente, y en un periodo donde hay escaso contagio, se suscita un modelo de enorme impredecibilidad.

Lo descrito acerca de los fractales ofrece ejemplos en el campo de los sistemas de salud. En los capítulos escritos por los doctores. Ricardo Mansilla y Octavio Miramontes se abordarán con mayor detalle. También en el capítulo del doctor Miramontes se hablará acerca de algunos aspectos de las redes de comunicación y de las uniones que se establecen entre los seres humanos que pueden tener una dimensión fractal.

¿La no-linealidad puede aportar algo innovador?

La moderna tecnología en el sistema de salud permite, entre otras muchas acciones, realizar cirugías extraordinarias e incluso practicar microcirugías en diversas partes del cuerpo humano, como el cerebro, el corazón, el riñón el hígado, el sistema óseo. También podemos estudiar, en virtud de la nanotecnología, el funcionamiento del medio interno y muchos aspectos relativos a su dinámica. Reiteramos, estas aplicaciones se han logrado con base en la linealidad y los modelos reduccionistas.

Sin embargo, la experiencia nos muestra, a través de décadas de estudio, que muchos descubrimientos, entre los que se encuentra la supuesta explicación de los fenómenos patológicos que tradicionalmente se enseñan en las escuelas y las facultades de medicina, y que están descritos con puntualidad en los libros, no suelen encuadrar satisfactoriamente como verdaderos o apegados a la realidad.

Así, nos preguntamos, por ejemplo, por qué para la mayoría de los pacientes ante ciertos padecimientos, resulta benéfico el empleo de la aspirina, mientras que en otros casos, especialmente en niños, ésta podría ocasionar lo que conocemos como Síndrome de Reye, enfermedad que puede resultar mortal. Otro ejemplo son las alergias, cuyo comportamiento puede ser impredecible y fatal; incluso puede ocurrir durante una cirugía, en la que detalles aparentemente irrelevantes pueden conducir al deceso del enfermo.

Este cuestionamiento es válido también para el estudio de sistemas tales como el cardiovascular, el respiratorio, el renal y otros. Bajos esas condiciones, nos atrevemos a pensar que muchos de estos comportamientos son manifestaciones de la complejidad de los sistemas de los cuales provienen. Por lo tanto, es posible enfocarlos con las herramientas de la teoría de los sistemas complejos.

Algo mucho más complicado es reconocer que el estudio del sistema nervioso comprende una jerarquía de escalas a partir de la neurona, lo que brinda la oportunidad de estudiar micro y macroescalas. Esto quizá podría semejarse en sus procesos a la turbulencia de los fluidos y a

otras dinámicas complejas.

Muchos de los problemas en el campo de la epidemiología y en la organización de las campañas de salud pueden ser incluidos dentro de la categoría de los sistemas complejos.

El sistema de salud

Si ahora nos trasladamos con un salto descomunal hacia el sistema de salud mundial, encontramos que los asuntos relacionados con los servicios que éste provee ofrecen grandes incógnitas relativas al comportamiento humano, a su organización y, especialmente, a los sistemas de hospitales, centros de salud o cualquier otra modalidad de servicio.

Quiero referirme en especial a dos problemas fundamentales de los sistemas de salud, que presentan aspectos muy relevantes y cuyo estudio no puede soslayarse, pues sus efectos son notables en el mismo. Nos referimos en concreto al financiamiento y la presupuestación. La falta de recursos económicos para hacer frente a los problemas de salud es un fenómeno mundial, y este aspecto ha sido motivo de discusión en muchos grupos, incluso de los legisladores.

Bien sabemos que los gastos en salud se han ido incrementando notablemente en las últimas décadas, hasta llegar en algunos países avanzados a representar 15% del Producto Interno Bruto, cantidades que representan enormes erogaciones para los países. No obstante, estos importantes incrementos no necesariamente han conducido a mejores niveles de salud. Es obvio, pues, que la relación gasto-salud no es lineal. Quizás es el momento en que conviene estudiar estos temas con el enfoque de los sistemas complejos y la no-linealidad, que parece ser muy prometedor en sus soluciones.

El origen de este libro

Al finalizar el siglo XX se planteó frecuentemente la cuestión del porvenir de la ciencia. Respecto a esto, Ilya Prigogine (premio Nobel de Química, 1977). dijo lo siguiente:

“Creo que la aventura sólo acaba de empezar. Asistimos al nacimiento de una ciencia que ya no se limita a situaciones simplificadas, idealizadas, sino que se instala frente a la complejidad del mundo real, una ciencia que permite a la creatividad humana vivenciarse como la expresión singular de un rango fundamental en todos los niveles de la naturaleza ”

En octubre de 2001, se organizó en la Secretaría de Salud el seminario "Sistemas Complejos y Ciencia del Caos" impartido por doctores en física y matemáticas de la UNAM: Germinal Cocho, Shahen Hacyan, Octavio Miramontes, José Luis Mateos, Ricardo Mansilla, entre otros. En las conferencias los expositores hablaron de métodos que nos parecieron que podrían ser aplicados para la innovación de los sistemas de salud.

La no-linealidad y los sistemas complejos contienen una visión de las características del universo que resulta muy sólida, atractiva y de gran utilidad para la comprensión de éste y, en otras escalas, permiten tener una mayor claridad en el conocimiento de las sociedades humanas y, en particular, de los sistemas médicos.

El seminario, que comprendió los temas presentados en este libro, nos aportó una serie de

conocimientos muy interesantes que ratificaron la impresión que teníamos en cuanto a que las herramientas de este enfoque podrían permitirnos enfrentar de manera adecuada ciertos problemas en el sistema de salud, en particular sobre las finanzas del sistema, los sistemas epidemiológicos, la presupuestación y, desde luego, la calidad de los servicios; también los avances de las llamadas ciencias de la complejidad nos explicaban de manera más racional por qué era tan difícil lograr mejores resultados utilizando los medios tradicionales. Experiencias vividas cotidianamente en el sistema de salud nos plantean incógnitas aún no resueltas entre los muchos problemas a los que nos enfrentamos. Los sistemas de información en el área de la salud cuentan con una enorme cantidad de datos que, supuestamente, deberían proporcionar las respuestas a tales incógnitas. ¿Por qué no ha resultado así?

Caos, no-linealidad y sistemas complejos aplicados a la medicina

Los médicos y los científicos han aprendido que los sistemas que ellos estudian pueden componerse de innumerables partes; sin embargo, las interacciones que se generan entre las mismas contienen elementos universales.

Para los médicos, la piedra de toque de cualquier aproximación a lo complejo es el cuerpo humano, pues existen diferentes escalas que van de lo macroscópico a lo microscópico y, desde esta óptica, lo mismo estudian órganos, músculos, fibras, células o fluidos.

El estudio de los sistemas del cuerpo humano, tales como el inmunológico, el nervioso y el renal, sería estéril sin el conocimiento detallado de su anatomía y su química. Así, por ejemplo, el cardiólogo estudia el transporte de los iones que causan la contracción muscular a través del estudio de los músculos del corazón y el neurólogo las sutilezas eléctricas de la actividad de las neuronas.

En la década de los ochenta, algunos fisiólogos interesados en los sistemas complejos se apoyaron en instrumentos matemáticos de la complejidad, la no-linealidad y el caos, que contribuyeron a entender mejor estos sistemas tan complicados. Así, se pudo estudiar algunas disfunciones respiratorias, cardíacas y sanguíneas.

De esos sistemas, el corazón nos permite, al estudiar sus ritmos, entender con mayor precisión la diferencia entre la vida y la muerte.

El ritmo cardíaco normal es periódico, pero hay muchas enfermedades aperiódicas, como la fibrilación ventricular, que llevan al estado de la muerte. Sin duda, el corazón tiene muchos ritmos diferentes en su estado de enfermedad; para los cardiólogos, estos ritmos son datos que les facilitan el diagnóstico. No obstante, los estudiosos de los sistemas complejos descubrieron que la cardiología tradicional efectuaba generalizaciones discutibles en el caso de los latidos anómalos del corazón. Típicamente, los especialistas diagnostican muchas arritmias observando electrocardiogramas; sin embargo, el estudio de la dinámica es mucho más complejo de lo que muestra el electrocardiograma.

Esos problemas y otros muchos plantean la conveniencia de estudiar los sistemas de salud haciendo uso de los modernos desarrollos de la teoría de los sistemas complejos.

Desde esta óptica, los organismos han de reaccionar a circunstancias que pueden variar súbitamente y sin concierto; ningún ritmo cardíaco o respiratorio está incluido en las periodicidades estrictas de los modelos físicos sencillos, y así parece acontecer con el resto de los sistemas del cuerpo humano.

Gran parte de la patología médica representa una nueva clase de fenomenología que no tiene explicación con los modelos lineales convencionales. Los fenómenos de las enfermedades

parecen indicar que necesitamos otros modelos y que la física y las matemáticas son algunas de las herramientas que pueden proporcionarlos.

Otro tema interesante es el estudio de la relación que existe entre la alteración del reloj biológico y el insomnio, esa incapacidad para dormir tranquilamente. Empleando los modelos de Arthur T. Winfree ([NOTA 17](#)) de la Universidad de Princeton en la década de los ochenta, investigadores alemanes encontraron que la gente posee un ciclo de sueño y vigilia y también uno de temperatura corporal. Las oscilaciones de estos ciclos se comportan de manera no-lineal.

Es curioso que en aislamiento y sin estímulos que repongan el ritmo cotidiano (como la luz del día), el ciclo de la temperatura sea de 25 horas. Se encontró que al cabo de varias semanas el ciclo de sueño y vigilia se desligaba del de temperatura y se volvía caprichoso; la gente podía permanecer despierta durante veinte o treinta horas y luego dormía durante diez o veinte, y no sólo no se percataba de que su día se había alargado, sino que negaban que esto hubiese acontecido.

Ahora bien, hay fisiólogos que hablan de enfermedades con dinámicas complejas, consistentes en desórdenes de los sistemas y con rupturas de coordinación o control. Las condiciones generales de esos sistemas oscilan, pero repentinamente dejan de hacerlo o lo hacen de una nueva forma inesperada, y otros que no solían oscilar, lo hacen, por ejemplo, el aparato respiratorio, donde se presentan diferentes tipos de respiración; asimismo, esto puede acontecer con las alteraciones en el equilibrio de los glóbulos rojos y blancos, de las plaquetas y de otros componentes.

Muchos fisiólogos reconocen, desde hace algún tiempo, que la no-linealidad en los procesos de realimentación sirve para regular y controlar; dicho de otra manera, si se diera un pequeño estímulo lineal, la trayectoria ordinaria del proceso teóricamente no tendría cambios, sin embargo, con ese mismo estímulo lo que ocurre es que se puede retornar al punto de partida.

Innovaciones posibles para los sistemas

Desde la óptica de los sistemas complejos, podríamos decir que la teoría de la organización y la administración no ha evolucionado lo suficiente para dar paso a nuevas formas de responder a nuevos o viejos problemas que no han sido resueltos adecuadamente; muchos de ellos son producto de la burocratización y de las desigualdades en la forma de dirigir.

Lo anterior se debe a que los conceptos en que se apoya la administración generalmente corresponden a modelos de dinámica lineal (causa-efecto), lo cual implica soluciones insuficientes y muchas veces inadecuadas. De ahí que propongamos el uso de las herramientas que provee la innovadora corriente de los sistemas complejos, que vincula las matemáticas, la física, la ingeniería, la biología, la ecología, la medicina y otras disciplinas para el análisis y la elaboración de propuestas de solución al entorno.

Recordemos que los sistemas complejos están formados por componentes individuales que interactúan entre sí, y pueden modificar sus estados internos como producto de tales interacciones. Dichos sistemas pueden ser estructuralmente simples, aunque tal simplicidad no impide que exhiban diversos comportamientos dinámicos no triviales. Los sistemas complejos pueden situarse en regímenes críticos caracterizados por la presencia de fluctuaciones especiales y temporales en todas las escalas posibles; condición que puede alcanzarse de manera espontánea y sin la intervención de factores o fuerzas externas al sistema. Se dice entonces que el proceso se ha *autoorganizado*.

El proceso de interacciones puede generar comportamientos colectivos y hasta globales, es decir, se generan conductas que no están definidas en los elementos individuales pero emergen en ese proceso colectivo y no pueden ser reducidas ni explicadas tomando aisladamente los elementos constituyentes.

Veamos qué aplicaciones podrían derivarse para innovar la administración de los sistemas de salud. A partir de algunos principios que la física establece, se pretende abrir un espacio para una nueva forma de plantear, estudiar y ver los hechos, los procesos y los controles de los sistemas y, a la vez, proponer nuevas formas de solución.

La naturaleza nos muestra que muchos de sus sistemas tienen mecanismos para emplear la menor cantidad de energía en sus procesos; las organizaciones humanas suelen desperdiciar esfuerzos para lograr los procesos, y continuamente hay que reorganizar las ideas y corregir los procedimientos para el mejor logro de las tareas, lo que puede resultar muy costoso. La naturaleza no parece hacerlo así, sino de la siguiente manera: podemos observar claramente cómo se organizan las ondas espirales en los bancos de peces o en las galaxias, o en remolinos de gaviotas, parvadas de aves y plagas de millones de langostas que integran nubes capaces de moverse como un todo, sin que nadie aparentemente las dirija o controle. Esto podría significar que es posible aprender a dirigir un sistema no en forma directa sino utilizando sus facultades de autoorganización y con el ajuste de criterios de control.

Otro aporte de las ciencias de los sistemas complejos a la comprensión de los fenómenos sociales puede ser el desarrollo de modelos computacionales conocidos como *modelos multi-agentes*

o

modelos basados en individuos

. Esta clase de modelos consiste en un conjunto de elementos (los agentes) que tienen reglas de conducta y que pueden interactuar entre sí en un cierto espacio, lo que modifica tales conductas. Este simple proceso es la base de todo fenómeno colectivo de carácter social, es decir, la capacidad de interactuar con otros individuos similares.

Un ejemplo notable lo constituye el fenómeno de agregación y desagregación basado en la tolerancia; se ha observado que si tenemos un gran número de individuos que interactúan y que son móviles, tienden a quedarse inmóviles cuando tienen en su cercanía inmediata a un grupo de individuos que comparten una misma característica, ya sea socio-económica, de raza o cultura, con la cual se identifican. Autónomamente se crean grupos que suelen convivir y compartir muchos de sus procesos sociales, incluso de autoayuda, como es el caso de los barrios de negros, judíos o chicanos. Podemos ver que la tolerancia ha hecho posible que en un espacio de aproximadamente cien metros cuadrados puedan coexistir una mezquita, una sinagoga y una iglesia católica. Los modelos de agentes nos permiten estudiar estas dinámicas sociales para comprender mejor cómo se origina la marginación y la exclusión social.

Las conductas por imitación, que se dan en la naturaleza, incluyen al ser humano. Esas conductas parecen despojarlo de su capacidad de racionalizar. Cuando los individuos tienen únicamente acceso a la información local de sus vecinos más próximos, tienden a imitar lo que los demás están haciendo, y de esta manera se presenta el fenómeno de *sincronización*.

En las redes sociales, se puede apreciar que se trata de casos típicos de estructuras que no son totalmente regulares u ordenadas ni lo contrario, con conexiones al azar. Estas redes pertenecen a la familia de redes complejas, y tienen una topología propia, es decir, una estructura matemática precisa. Cuando meditamos acerca de la burocracia y la forma en que se establecen sus estructuras y sus funciones, advertimos que éstas parecen corresponder a la antítesis de las redes complejas. Pero este tema se desarrolla más ampliamente en el capítulo

escrito por el doctor Octavio Miramontes.

En el capítulo del doctor Germinal Cocho, se tratan los conceptos relacionados con el aprendizaje al borde del caos. [\(NOTA 18\)](#) Aplicado a las organizaciones, esto indica que una de las cosas que se tienen que hacer para mantenerse en el borde del caos es aumentar la capacidad de aprender. Para funcionar en un entorno exitoso se deben incluir continuas consolidaciones con avances tecnológicos rápidos y cambios sociales masivos, a fin de incrementar la competencia. Estos cambios de fase son los que permiten evolucionar a formas superiores mediante la capacidad de aprendizaje.

El proceso de adaptación y aprendizaje en la naturaleza se hace como una metamorfosis sistémica, como si se tratase de una nueva especie; por lo tanto, parecería que las organizaciones necesitan una metamorfosis para tener un nuevo aprendizaje organizacional. Otro principio fundamental de los sistemas complejos es la manifestación de sus propiedades emergentes. El concepto de *procesos emergentes* implica la aparición de propiedades que no pueden ser deducidas directamente de las características del sistema que las genera. Por lo tanto, para la planeación integral sistémica, a partir de esta idea, es válido considerar procesos emergentes y procesos de estructuras complejas que apoyen la supervivencia. Como coadyuvantes, también se requieren procesos de comunicación y procesos de regulación y control.

Adaptación al entorno

Existen dificultades evidentes para que el sistema se adapte al entorno, aunque la naturaleza procura evitarlas con el fin de adaptarse.

En las organizaciones, algunas de estas dificultades son:

- a. la facilidad con que se pierden las conexiones fuertes;
- b. la segmentación en partes que persiguen sus propios fines sin tomar en cuenta el todo y
- c. el divorcio entre la persona y el grupo.

No obstante, la adaptación a entornos complejos es posible siempre y cuando evaluemos apropiadamente las transformaciones, evoluciones y adaptaciones para sobrevivir.

Otras ideas sobre innovación

Es claro que los sistemas de salud constituyen una organización muy compleja formada por muchas y variadas estructuras y personas. Podría pensarse que su condición permite la utilización de la teoría de los sistemas complejos; sin embargo, esto es un reto enorme. Todavía no contamos con una definición operacional de la complejidad, aunque sabemos reconocerla cuando la vemos.

En los sistemas complejos que encontramos en el mundo físico, podemos modelar de forma satisfactoria aspectos cualitativos e incluso cuantitativos con ayuda de códigos numéricos. Aun cuando falta camino por recorrer, ya dimos el primer paso al reconocer las propiedades emergentes y las propiedades de autoorganización.

Así, podemos pensar en el sistema de salud como un conjunto de subsistemas en donde existe una red de interacciones que los conectan. Estos pueden ser hospitales, instituciones, poblaciones, etc. La interacción entre los subsistemas determina una red con una arquitectura o geometría dadas. Parte de esta red pudo haber sido determinada en forma jerárquica. Otra parte puede evolucionar a lo largo del tiempo, estableciendo nuevas conexiones entre diferentes partes del sistema; por ejemplo, dos hospitales que anteriormente se encontraban alejados el uno del otro, ahora se encuentran intercomunicados gracias a una nueva carretera. Otro caso es el de dos institutos de investigación en salud que trabajaban en diversos proyectos, pero que, bajo ciertas circunstancias, pueden tener un tema de investigación común, por ejemplo la aparición de una nueva epidemia, que requiere un trabajo interinstitucional. Así como se establecen los enlaces, también pueden romperse con el tiempo. Esta puede ser la forma en que se gesta una red compleja de interacciones que evoluciona en el tiempo, y que en cada momento tiene una estructura muy compleja. Los retos son:

1. Determinar la estructura de esta red.
2. Sincronizar esta red para su mejor funcionamiento.

Estos dos puntos involucran el estudio, en primer lugar, de redes complejas, en particular las llamadas redes de “mundo pequeño” y, en segundo lugar, de la sincronización de sistemas complejos no-lineales. Como ya hemos mencionado, en el capítulo IV, escrito por el doctor Octavio Miaramontes, se ofrece una excelente introducción a los resultados fundamentales de dichos estudios.

La calidad es uno de los temas que ameritan una visión renovada y fresca, pues al analizar lo referente al control de la calidad, el aseguramiento de la calidad, los procesos de mejora continua o la reingeniería, se aprecia que la visión es incompleta, y no parece que haya una respuesta satisfactoria a muchos de los problemas incluidos en el tema de la calidad porque, en general, se ha tenido una perspectiva lineal al intentar resolverlos. Las posibles soluciones a estos problemas pueden estar en el empleo de las herramientas que proveen los sistemas complejos y la no-linealidad. Pensemos en nuevas “herramientas de calidad” a partir de conceptos tales como *procesos emergentes*, *auto-organización*, *sincronización*, “*mundo pequeño*”, *fractales* (¿organizacionales?), etc. Desde esta perspectiva, ¿cómo habría que construir ahora, por ejemplo, un diagrama de Ishikawa?

Los puntos que hemos esbozado son una pequeña muestra de un gran número de aplicaciones a los sistemas administrativos o sociales que se pueden derivar de la utilización de los avances de la física y las matemáticas. Para nosotros, los intercambios de ideas con los físicos y los matemáticos ha resultado más que provechosos, puesto que contribuyen a darnos una mejor aproximación a la explicación de muchos fenómenos con una base científica de gran

solidez y sustento.

Las ideas planteadas también pretenden abrir un espacio al estudio y la aplicación de los sistemas complejos en diversos campos de la investigación y la enseñanza, tanto en las diferentes escalas de los sistemas de salud, como en los campos de la administración y las políticas públicas.

El tema no se agota aquí, en los siguientes capítulos mencionaremos más aplicaciones de la física para innovar los sistemas de salud y lograr mejoras importantes en la calidad, en los asuntos financieros y en muchas otras cuestiones.

La vida presenta un orden en un océano de desorden, y de lo informe nace la pauta de la belleza fundamental de los sistemas biológicos. Lo que hemos mencionado lo anotamos en nuestra condición de aprendices y principiantes entusiastas de una ciencia que pertenece a los físicos y los matemáticos, pero que ahora es posible emplear para conocer mejor los sistemas de salud, a las organizaciones humanas y al ser humano en particular. Les ofrecemos los capítulos escritos por especialistas en el tema, doctores en física y matemáticas con quienes hemos intercambiado experiencias por más de tres años, quienes los introducirán en la nueva era científica con todas sus promesas para el siglo XXI.

Para concluir, qué mejor introducción a lo que sigue que citar a Marcel Proust: “El verdadero viaje de descubrimiento no es buscar nuevas tierras, sino ver con nuevos ojos”.

(NOTA 1) Del libro: ***Las ciencias de la complejidad y la innovación médica***, Coordinadores: Enrique Ruelas y Ricardo Mansilla, México, Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades, Universidad Nacional Autónoma de México, Secretaría de Salud, Plaza y Valdés, S.A. de C.V., 2005

[\(al texto\)](#)

(NOTA 2) Subsecretario de Innovación y Calidad, Ssa, Maestro en administración de servicios de salud, Universidad de Toronto, Canadá; maestro en administración pública, Centro de Investigación y Docencia Económica, México

[\(al texto\)](#)

(NOTA 3) O. Frisch (1979), *De la fisión del átomo a la bomba nuclear*. México: Alianza Editorial.

[al texto](#)

(NOTA 4) H. Pagels (1991), *Los sueños de la razón. El ordenador y los nuevos horizontes de las ciencias de la complejidad* . Barcelona: Gedisa.

[al texto](#)

(NOTA 5) F. Engels (1992), *Dialéctica de la naturaleza*. España: Planeta Agostini.

[al texto](#)

(NOTA 6) T. Kuhn (1976), *La estructura de las revoluciones científicas*. México: Fondo de Cultura Económica.

[al texto](#)

(NOTA 7) M. Rosental y P. Ludin (1984), *Diccionario Filosófico*. Cuba: Editora Política.

[al texto](#)

(NOTA 8) R. Descartes (1960), *Reglas para la conducción del espíritu y principios de filosofía*. México: Porrúa.

[al texto](#)

(NOTA 9) G. Mendel (1960), *Experiments in plant hybridization*. Cambridge: Harvard University Press.

[al texto](#)

(NOTA 10) L. E. Bayliss (1966), *Living control systems*. Londres: English University Press.

[al texto](#)

(NOTA 11) E. Lorenz (1963), "Deterministic nonperiodic flow". *Journal of Atmospheric Science*.

[al texto](#)

(NOTA 12) H. Poincaré (1892), *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*. Tomo 1, París: Gauthier-Villars.

[al texto](#)

(NOTA 13) H. Poincaré (1943), *Science et méthode*. París: Flammarion.

[al texto](#)

(NOTA 14) J. Wisdom (1987), "Chaotic dynamics in the solar system" *Icarus*, 72: 241

[al texto](#)

(NOTA 15) La construcción de un conjunto de Cantor se puede hacer ,de manera elemental como sigue: trace con un segmento de recta, quítele la tercera parte central, quítele después la tercera parte central a cada una de estos dos segmentos de recta y continúe haciéndolo sucesivamente. En el límite, el conjunto resultante es un conjunto de Cantor.

[al texto](#)

(NOTA 16) W. S. Schaffer y M. Kot (1986), "Discrete-time growth-dispersal model". *Mathematical Bioscience*, 80.

[al texto](#)

(NOTA 17) A. T. Winfree (1967), "Biological Rhythms and the Behavior of Populations of Coupled Oscillators". *Journal Theoretical. Biology*, 16.

[al texto](#)

(NOTA 18) Al lector interesado le aconsejamos la siguiente obra: R. Lewin (1992), *Life at the edge of chaos*. Chicago: University of Chicago Press.

[al texto](#)