2.4 APRENDIZAJE ASOCIATIVO

2.4.1 Antecedentes. Las redes con aprendizaje no supervisado (también conocido como auto-supervisado) no requieren influencia externa para ajustar los pesos de las conexiones entre sus neuronas, la red no recibe ninguna información por parte del entorno que le indique si la salida generada en respuesta a una determinada entrada es o no correcta, por ello suele decirse que estas redes son capaces de autoorganizarse.

Estas redes deben encontrar las características, regularidades, correlaciones o categorías que se puedan establecer entre los datos que se presenten en su entrada; puesto que no hay supervisor que indique a la red la respuesta que debe generar ante una entrada concreta, cabría preguntarse precisamente por lo que la red genera en estos casos, existen varias posibilidades en cuanto a la interpretación de la salida de estas redes que dependen de su estructura y del algoritmo de aprendizaje empleado.

En algunos casos, la salida representa el grado de familiaridad o similitud entre la información que se le está presentando en la entrada de la red y las informaciones que se le han mostrado hasta entonces, en otro caso la red podría realizar una clusterización (clustering) o establecimiento de categorías, indicando la salida de la red a que categoría pertenece la información presentada a la entrada, siendo la propia red quien deba encontrar las categorías apropiadas a partir de correlaciones entre las informaciones presentadas. Una variación de esta categorización es el prototipado, en este caso la red obtiene ejemplares o prototipos representantes de las clases a las que pertenecen las informaciones de entrada.

El aprendizaje sin supervisión permite también realizar una codificación de los datos de entrada, generando a la salida una versión codificada de la entrada con menos bits, pero manteniendo la información relevante de los datos.

Algunas redes con aprendizaje no supervisado generan un mapeo de características (featuring mapping), obteniéndose en las neuronas de salida una disposición geométrica que representa un mapa fotográfico de las características de los datos de entrada, de tal forma que si se presentan a la red informaciones similares siempre sean afectadas neuronas de salida próximas entre sí, en la misma zona del mapa.

En cuanto a los algoritmos de aprendizaje no supervisado, en general se consideran dos tipos, que dan lugar a los siguientes aprendizajes:

- Aprendizaje asociativo
- Aprendizaje competitivo

En el primer caso normalmente se pretende medir la familiaridad o extraer características de los datos de entrada, mientras que el segundo suele orientarse hacia la clusterización o clasificación de dichos datos. En esta sección se profundizará en el estudio del primero de estos algoritmos, el correspondiente al aprendizaje asociativo.

Una asociación es cualquier vínculo entre la entrada de un sistema y su correspondiente salida. Cuando dos patrones son vinculados por una asociación, el patrón de entrada es a menudo referido como el estímulo, y la salida es referida como la respuesta.

El aprendizaje asociativo fue inicialmente estudiado por escuelas de Sicología, las cuales se dedicaron a estudiar las relaciones entre el comportamiento humano y el comportamiento animal. Una de las primeras influencias en este campo fue el experimento clásico de Pavlov, en el cual se entrenó a un perro para salivar al escuchar el sonido de una campana si le era presentado un plato de comida, este es un ejemplo del llamado Condicionamiento Clásico. Otro de los principales exponentes de esta escuela fue B.F. Skinner, su experimento involucró el entrenamiento de ratas, las cuales debían presionar un botón para obtener comida, a este tipo de entrenamiento se le llamo Condicionamiento Instrumental.

Basado en este tipo de comportamiento, Donald Hebb postuló el siguiente principio conocido como la regla de Hebb:

" Cuando un axón de una celda A está lo suficientemente cerca de otra celda B como para excitarla y repetidamente ocasiona su activación, un cambio metabólico se presenta en una o ambas celdas, tal que la eficiencia de A, como celda

excitadora de B, se incrementa". Con el término celda, Hebb se refería a un conjunto de neuronas fuertemente conexionadas a través de una estructura compleja, la eficiencia podría identificarse con la intensidad o magnitud de la conexión, es decir el peso.

Este postulado aplicado a redes asociativas, marcó el inicio del aprendizaje no supervisado. Un gran número de investigadores ha contribuido al aprendizaje asociativo, en particular Tuevo Kohonen, James Anderson y Stephen Grossberg. Anderson y Kohonen desarrollaron independientemente el asociador lineal a finales de los años 60's y Grossberg introdujo la red asociativa no lineal durante este mismo período.

Según la regla de aprendizaje de Hebb, la actividad coincidente en las neuronas présináptica y postsináptica es crítica para fortalecer la conexión entre ellas, a esto se denomina mecanismo asociativo pre-post.

2.4.2. Estructura de la red. La red más sencilla capaz de realizar una asociación se presenta en la figura 2.4.1, ésta es una red de una sola neurona con una función de transferencia limitador fuerte.

La salida a de la neurona está determinada por su entrada p, de acuerdo a:

$$a = hardlim\ (wp+b) \qquad (2.4.1)$$

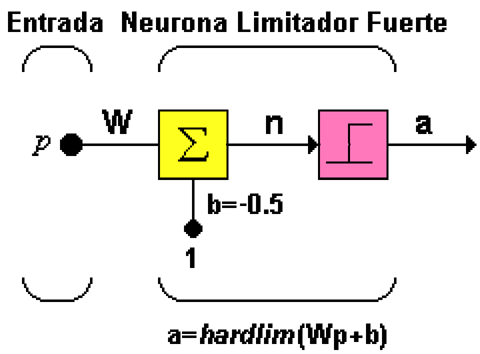

Figura 2.4.1 Asociador lineal con un limitador fuerte

Por simplicidad se tomará el valor de p como cero o uno, indicando presencia o ausencia de estímulo. El valor de a esta limitado por la función de transferencia con salida cero o uno.

$$p=\begin{cases}1, & presencia\ de\ estimulo\\ 0, & ausencia\ estimulo\end{cases} \qquad a=\begin{cases}1, & hay\ respuesta\ por\ parte\ de\ la\ red\\ 0, & no\ hay\ respuesta\ por\ parte\ de\ la\ red\end{cases}$$

La presencia de una asociación entre el estímulo p=1 y la respuesta a=1, es indicada por el valor de w. La red responderá al estímulo, solamente si wp es mayor que $-b$.

El estudio de redes asociativas ha evitado el uso de redes complejas, por tanto se han definido dos tipos de estímulos: un conjunto de entradas llamado *estímulo no condicionado*, análogo a la comida presentada al perro en el experimento de Pavlov y otro conjunto de entradas llamado *estímulo condicionado*, análogo a la campana en el experimento. Inicialmente el perro saliva solamente cuando la comida es presentada, esta característica innata hace que el perro aprenda. Sin embargo, cuando la campana ha acompañado la comida repetidas veces, el perro es *condicionado* a salivar con el sonido de la campana aún cuando la comida no haya sido presentada.

Definiendo las clases de entradas a una red asociativa, se tiene:

Estímulo no condicionado: Corresponde a la entrada, que pudiendo ser de carácter escalar o vectorial, refuerza el aprendizaje y ayuda a hacer la asociación con la salida deseada, este estímulo se presenta intermitentemente para simular un real proceso de aprendizaje y memorización de la red; la mayoría de las veces el estímulo no condicionado se convierte en la salida deseada de la red.

Estímulo condicionado: Es el objeto de la asociación, debe ser *siempre* presentado a la red y ésta debe asociarlo con la salida deseada; al final del proceso de aprendizaje la red debe ser capaz de entregar la respuesta correcta con la presentación de este único estímulo a su entrada, sin importar si el estímulo no condicionado ha sido presentado o no, pues la asociación ya ha sido realizada.

En este caso se representará el estímulo no condicionado por p^0 y el estímulo condicionado simplemente por p. Los pesos w^0, asociados con p^0 se tomarán fijos y los pesos w asociados a p serán actualizados en cada iteración.

La figura 2.4.2 representa la red correspondiente al asociador lineal para una fruta, la red tiene ambos estímulos, no condicionado (forma de la fruta) y condicionado (olor de la fruta), escogidos aleatoriamente para este caso, en el cual se tratará simplemente de ilustrar el objeto de una asociación. Según la elección de los estímulos se desea que la red asocie la forma de la fruta pero no su olor, es decir el sensor de olor trabajará siempre correctamente, de tal manera que la red lo tendrá siempre presente, pero el sensor de forma trabajará intermitentemente, cuando la forma sea detectada (sensor de forma p^0=1), la red responderá correctamente identificando la fruta.

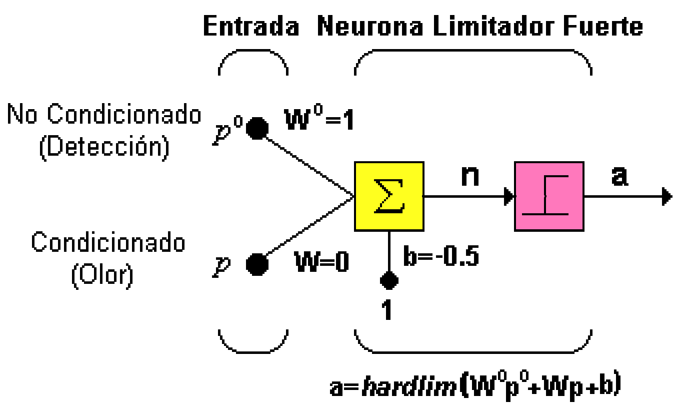

Figura 2.4.2 Asociador para una fruta

La definición de los estímulos estará dada por:

$$p^0 = \begin{cases} 1 & si\ la\ forma\ es\ detectada \\ 0 & si\ la\ forma\ no\ es\ detectada \end{cases} \qquad p = \begin{cases} 1 & si\ el\ olor\ detectado \\ 0 & si\ el\ olor\ no\ es\ detectado \end{cases}$$

Con el propósito de cumplir las condiciones matemáticas del ejemplo, se ha escogido b = -0.5. Para iniciar con el asociador se asignará a w^0 un valor mayor a $-b$ y a w un valor menor que $-b$. Los siguientes valores satisfacen estos requerimientos:

$$w^0=1, \; w=0 \tag{2.4.2}$$

La función de entrada/salida del asociador para una fruta, puede simplificarse a:

$$a= hardlim\,(p^0 - 0.5) \tag{2.4.3}$$

La red responderá sólo si p^0=1, sin importar si p=1, o p=0, es decir la red responderá independientemente del estímulo condicionado.

Llegará un momento en que el sensor de forma no trabajará más y se espera que para ese momento la red haya realizado una asociación correcta para identificar la fruta con la sola presencia del olor, sin necesidad de que su forma tenga que ser detectada, esto se logrará variando los valores para los pesos de conexión de la red para el estímulo condicionado.

2.4.3 Regla de Hebb. Esta regla puede interpretarse matemáticamente teniendo en cuenta que si dos neuronas en cualquier lado de la sinápsis son activadas simultáneamente, la longitud de la sinápsis se incrementará. Si se revisa la figura

2.4.3 correspondiente a un asociador lineal, se ve como la salida a, es determinada por el vector de entrada $\boldsymbol{p}$.

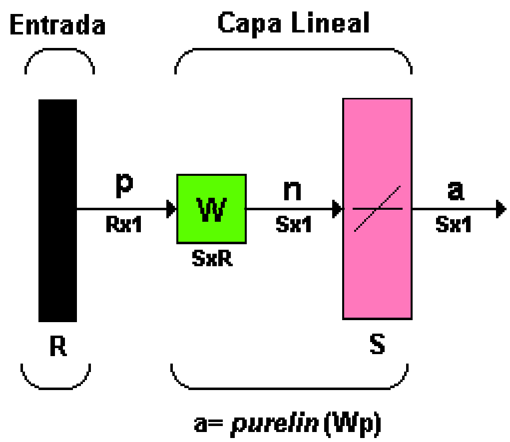

Figura 2.4.3 Asociador Lineal

$$a_i = \sum_{j=1}^{R} w_{ij} p_j \qquad (2.4.4)$$

Puede notarse como la conexión (sinápsis) entre la entrada p_j y la salida a_i es el peso w_{ij}. De esta forma el postulado de Hebb implica que si un valor positivo p_j produce un valor positivo a_i, el valor de w_{ij} debe incrementarse,

$$w_{ij}^{nuevo} = w_{ij}^{anterior} + \alpha(a_{iq})(p_{jq}) \qquad (2.4.5)$$

Donde :

p_{jq} :j-ésimo elemento del q-ésimo vector de entrada p_q

a_{iq} :i-ésimo elemento de salida de la red, cuando el q-ésimo vector de entrada es presentado

α :es la rata de aprendizaje, la cual es un valor positivo constante

La regla de Hebb dice que el cambio en el peso w_{ij} es proporcional al producto de las funciones de activación en cualquier lado de la sinapsis. Así, los pesos serán incrementados cuando p_j y a_i sean positivos, pero también lo harán cuando ambos parámetros sean negativos, en contraposición los pesos se decrementarán cuando p_j y a_i tengan signos contrarios.

Si se retorna a la discusión de los estímulos en animales y seres humanos, debe decirse que ambos tienden a asociar eventos que ocurren simultáneamente. Parafraseando el postulado de Hebb: "Si el estímulo del olor de la fruta, ocurre simultáneamente con la respuesta del concepto de esa fruta, (activada por algún otro estímulo como la forma de la fruta), la red debe alargar la conexión entre ellos para que después, la red active el concepto de esa fruta en respuesta a su olor solamente."

La regla de aprendizaje de Hebb determina que el incremento del peso w_{ij} entre la entrada p_j de una neurona y su salida a_i en la q-ésima iteración es:

$$w_{ij}(q) = w_{ij}(q-1) + \alpha\, a_i(q)\, p_j(q) \qquad (2.4.6)$$

La rata de aprendizaje α determina cuantas veces un estímulo y su respuesta deben ocurrir juntos antes de que la asociación sea hecha. En la red de la figura 2.4.2, una asociación será hecha cuando $w > -b = 0.5$, entonces para una entrada p=1 se producirá una salida a=1, sin importar el valor de p^0

Para comprender el funcionamiento de la regla de Hebb, ésta se aplicará a la solución del asociador de la fruta resuelto en el numeral anterior. El asociador será inicializado con los valores determinados anteriormente

$$w^0 = 1, \quad w(0) = 0 \qquad (2.4.6)$$

El asociador será repetidamente expuesto a la fruta; sin embargo mientras el sensor de olor trabajará en forma siempre confiable (estímulo condicionado), el sensor de la forma operará intermitentemente (estímulo no condicionado). Así la secuencia de entrenamiento consiste en la repetición de la siguiente secuencia de valores de entrada:

$$\{p^0(1) = 0,\ p(1) = 1\},\ \{p^0(2) = 1,\ p(2) = 1\}.... \qquad (2.4.7)$$

Usando una rata de aprendizaje $\alpha = 1$, y empleando la regla de Hebb, serán actualizados los pesos w correspondientes al estímulo condicionado, ya que como se dijo anteriormente, los pesos correspondientes al estímulo no condicionado se mantendrán constantes.

La salida para la primera iteración (q=1) es:

$$a(1) = hardlim(w^0 p^0 (1) + w(0)\, p(1) - 0.5)$$

$$= hardlim\,(1*0 + 0*1 - 0.5) = 0 \quad \textit{No hay respuesta} \qquad (2.4.8)$$

El olor solamente no ha generado una respuesta esto es, no hubo una asociación entre el olor de la fruta y el concepto de la fruta como tal, sin una respuesta la regla de Hebb, no altera el valor de w

$$w(1)=w(0)+a(1)\, p(1) = 0 + 0*1=0 \qquad (2.4.9)$$

En la segunda iteración, son detectados tanto la forma como el olor de la fruta y la red responderá correctamente identificando la fruta

$$a(2) = hardlim\,(w^0 p^0 (2) + w(1)\, p(2) - 0.5) \qquad (2.4.10)$$

$$= hardlim(1*1 + 0*1 - 0.5) = 1 \quad \textit{La fruta ha sido detectada}$$

Como el estímulo del olor y la respuesta de la red ocurrieron simultáneamente la regla de Hebb, incrementa los pesos entre ellos.

$$w(2) = w(1) + a(2)\, p(2) = 0 + 1*1 = 1 \qquad (2.4.11)$$

En la tercera iteración a pesar de que el sensor de la forma falla nuevamente, la red responde correctamente. La red ha realizado una asociación útil entre el olor de la fruta y su respuesta.

$$a(3)=hardlim(w^0 p^0(3)+w(2)\,p(3) - 0.5) \qquad (2.4.12)$$
$$=hardlim(1*0+1*1-0.5) = 1 \textit{ La fruta ha sido detectada}$$

$$w(3) = w(2)+a(3)\,p(3) = 1+1*1 = 2 \qquad (2.4.13)$$

Ahora la red es capaz de identificar la fruta por medio de su olor o de su forma; incluso si los dos sensores tienen fallas intermitentes, la red responderá correctamente la mayoría de las veces.

Una forma de mejorar la regla de Hebb, es adicionar un término que controle el crecimiento de la matriz de peso, a esta modificación se le da el nombre de regla de Hebb con rata de olvido.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{W}(q) &= \boldsymbol{W}(q-1) + \alpha\, \boldsymbol{a}(q)\, \boldsymbol{p}^T(q) - \gamma \boldsymbol{W}(q\text{-}1) \\ &= (1-\gamma)\boldsymbol{W}(q\text{-}1) + \alpha \boldsymbol{a}(q) \boldsymbol{p}^T(q) \end{aligned} \qquad (2.4.14)$$

Donde γ es la rata de olvido, la cual es una constante positiva menor que 1; cuando γ se aproxima a cero la ley de aprendizaje se convierte en la ley de Hebb estándar; cuando γ se aproxima a 1, la rata de aprendizaje olvida rápidamente las entradas anteriores y recuerda solamente los patrones más recientes. El efecto de esta nueva constante, es controlar que el crecimiento de la matriz de pesos no se realice sin límites y así darle un mejor aprovechamiento a la capacidad de memoria de la red.

2.4.4 Red Instar. Hasta ahora se han considerado solamente reglas de asociación entre entradas y salidas escalares. Si se examina la red de la figura 2.4.4, se nota como esta neurona está enfrentada a un problema de reconocimiento de patrones cuya entrada es de tipo vectorial; esta neurona es el tipo de red más simple capaz de resolver esta clase de problemas y es llamada red Instar.

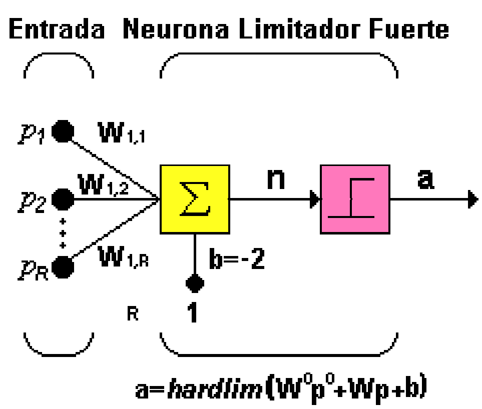

Figura 2.4.4 Red Instar

Puede notarse la similitud entre la red Instar y la red Perceptrón de la figura 2.1.6, o incluso a la red Adaline de la figura 2.2 3. Estas redes han tenido diferentes nombres, debido a razones históricas y a que su desempeño ha sido analizado en diferentes ambientes. Para la Instar no se considerará directamente su característica de decisión, concepto que fue bastante importante para el Perceptrón, en lugar de ello se analizará la capacidad de la Instar para reconocimiento de patrones a través de asociaciones y aprendizaje no supervisado.

La ecuación para determinar la entrada/salida de la Instar es:

$$a = hardlims\,(\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{p}+b) \qquad (2.4.15)$$

La red Instar se activará si el producto punto entre el vector de pesos (fila de la matriz de pesos) y la entrada sea mayor o igual a $-b$

$$\boldsymbol{w}^T\,\boldsymbol{p} \geq -b \qquad (2.4.16)$$

Los vectores $\boldsymbol{w}$ y $\boldsymbol{p}$ son de longitud constante, por lo tanto el mayor producto punto se presentará cuando los dos vectores apunten en la misma dirección; dicho de otra forma cuando el ángulo entre $\boldsymbol{w}$ y $\boldsymbol{p}$ sea $\theta = 0$, esto permite observar que la red instar de la figura 2.4.4 se activará cuando $\boldsymbol{p}$ y $\boldsymbol{w}$ estén muy cercanos, escogiendo un apropiado valor para la ganancia b se puede determinar que tan cerca deben estar $\boldsymbol{p}$ y $\boldsymbol{w}$ para que la instar se active, si se fija

$$b = -\|\mathbf{w}\| \cdot \|\mathbf{p}\| \qquad (2.4.17)$$

la instar se activará solamente cuando $\mathbf{p}$ apunte exactamente en la misma dirección de $\mathbf{w}$, de esta forma b se puede incrementar a valores ligeramente mayores a $-\|\mathbf{w}\| \cdot \|\mathbf{p}\|$, el mayor valor de b se presentará cuando la Instar esté activa. Es importante recalcar que este análisis asume que todos los vectores tienen la misma longitud.

Uno de los inconvenientes de la regla de Hebb con rata de olvido, es que requiere que los estímulos se presenten de forma repetitiva o de lo contrario se perderá la asociación, se desea encontrar una regla alternativa que habilite el término con olvido sólo cuando la Instar es activa $a \neq 0$, de esta forma los valores de los pesos seguirán siendo limitados, pero el porcentaje de olvido será minimizado. Para obtener los beneficios del término de peso con rata de olvido, se adiciona un nuevo término proporcional a $a_i(q)$.

$$w_{ij}(q) = w_{ij}(q-1) + \alpha\, a_i(q)\, p_j(q) - \gamma a_i(q) w_{ij}^{anterior} \qquad (2.4.18)$$

El nuevo término de peso se hace proporcional a la salida escalar $a_i(q)$, ya que se desea controlar esta salida para que reproduzca el estímulo no condicionado; si se considera que la rata a la cual la red aprende nuevos pesos es igual a la rata de olvido $\alpha = \gamma$, la ecuación (2.4.18) puede simplificarse a:

$$w_{ij}(q) = w_{ij}(q-1) + \alpha\, a_i(q)\left(p_j(q) - w_{ij}^{anterior}\right) \qquad (2.4.19)$$

Esta ecuación es la llamada regla de Instar, que en forma vectorial teniendo en cuenta el caso en que la instar esta activa (a_i=1), se convierte en:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{w}(q) &= \boldsymbol{w}(q-1) + \alpha\left(\boldsymbol{p}(q) - \boldsymbol{w}(q-1)\right) \\ &= (1-\alpha)\,\boldsymbol{w}(q-1) + \alpha\,\boldsymbol{p}(q) \qquad (2.4.20) \end{aligned}$$

Esta operación se muestra en la figura 2.4.5

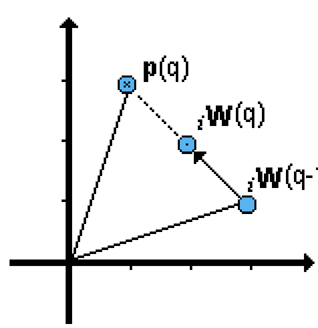

Figura 2.4.5 Representación gráfica de la regla de Instar

Cuando la instar es activa, el vector de pesos se mueve hacia el vector de entrada a lo largo de una línea entre el vector de pesos anterior y el vector de entrada. La distancia a la que se mueve el vector depende del valor de la rata de aprendizaje α. Cuando α=0, el nuevo vector de pesos es igual al vector de pesos anterior. Cuando α=1, el nuevo vector de pesos es igual al vector de entrada. Si α=0.5 el nuevo vector de pesos será la mitad entre el vector de pesos anterior y el vector de entrada.

Una característica útil de la regla Instar es que si los vectores de entrada son normalizados, entonces $\mathbf{w}$ será también normalizado una vez la red haya aprendido un vector particular $\mathbf{p}$, esta regla no solamente minimiza la rata de olvido, también normaliza los vectores de peso si el vector de entrada es normalizado.

Se aplicará la regla de Instar para solucionar el problema de la figura 2.4.6, similar al problema del asociador para una fruta; este nuevo caso cuenta con dos entradas, una indicando si la fruta ha sido visualizada o no (estímulo no condicionado) y otra consistente en un vector de tres medidas pertenecientes a la fruta (estímulo condicionado).

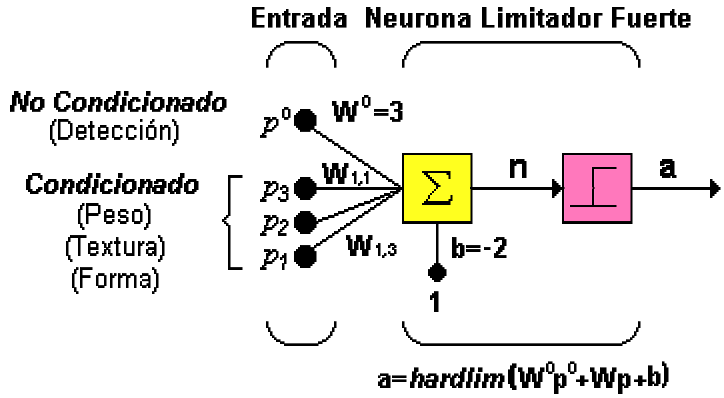

Figura 2.4.6 Reconocimiento de una fruta por medio de una Instar

La salida de la red está determinada por

$$a = hardlim(w^0 p^0 + \mathbf{Wp} + b)$$

Los elementos de entrada a la red serán valores de 1 o –1, las tres propiedades que se medirán de la fruta son: forma, textura y peso, de esta manera la salida del sensor de forma será 1 si la fruta es aproximadamente redonda o –1 si la fruta es elíptica, la salida del sensor de textura será 1 si la superficie de la fruta es suave y será –1 si es rugosa y la salida del sensor de peso será 1 si la fruta pesa más de una libra o –1 si el peso de la fruta es menor de esta medida.

En este caso la elección del estímulo condicionado y el no condicionado ya no es aleatoria, pues como se dijo en análisis anteriores, el estímulo no condicionado se convierte la mayoría de las veces en la salida deseada de la red que es tipo de escalar para una red Instar, por lo tanto el sensor que representa la visualización de la red será el estímulo no condicionado y el vector de medidas de la fruta será el estímulo condicionado.

Con las dimensiones consideradas $\boldsymbol{p}$ es un vector normalizado con $\|p\| = \sqrt{3}$. La definición de p^0 y $\boldsymbol{p}$ es:

$$p^0 = \begin{cases} 1 & fruta\ \ detectada\ \ visualmente \\ 0 & fruta\ \ no\ \ detectada \end{cases} \qquad \boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} forma \\ textura \\ peso \end{bmatrix}$$

El valor de la ganancia se asumirá como b = -2, un valor ligeramente más positivo que $-\|p\|^2$ = -3. Lo ideal es que la red tenga una asociación constante, entre la visualización de la fruta y su respuesta, para que w^0 sea mayor que $-b$.

Inicialmente la red no responderá a ninguna combinación de medidas de la fruta, puesto que la fruta no ha sido detectada visualmente, así que los pesos iniciales serán cero

$$w^0=3, \quad \boldsymbol{W}(0) = {}_1\boldsymbol{w}^T(0) = [0 \ \ 0 \ \ 0] \qquad (2.4.21)$$

Usando la regla Instar con una rata de aprendizaje $\alpha = 1$, los pesos actualizados se encontrarán de la siguiente forma:

$$w(q) = w\,(q-1) + a(q)\,(p(q) - w(q-1)) \qquad (2.4.22)$$

La secuencia de entrenamiento consistirá en repetidas presentaciones de la fruta, los sensores estarán actuando todo el tiempo, sin embargo, en orden a observar la operación de la regla Instar se asumirá que el sensor que visualiza la fruta actuará intermitentemente, simulando así una falla en su construcción

$$\left\{ p^0(1) = 0,\ \boldsymbol{p}(1) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\},\ \left\{ p^0(2) = 1,\ \boldsymbol{p}(2) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\} \qquad (2.4.23)$$

Como la matriz $\boldsymbol{W}$ inicialmente contiene ceros, la Instar no responderá a los sensores de la fruta en la primera iteración

$$a(1) = hardlim(w^0 p^0(1) + \boldsymbol{Wp}\,(1) - 2) \qquad (2.4.24)$$

$$a(1) = hardlim\left(3*0 + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} - 2 \right) = 0 \quad \textit{No hay respuesta}$$

Como la neurona no respondió, sus pesos no serán actualizados por la regla Instar

$$w(0) = w(0) + a\,(1)(p(1) - w\,(0))$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + 0\left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \tag{2.4.25}$$

En la segunda iteración, cuando la fruta haya sido detectada visualmente, la neurona responderá

$$a(2) = hardlim\ (w^0 p^0(2) + \boldsymbol{Wp}\ (2)\text{-}2)$$

$$a(2) = hardlim\left(3*1 + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} - 2 \right) = 1 \quad fruta\ \ detectada \tag{2.4.26}$$

El resultado es que la red aprendió a asociar el vector de medidas de la fruta con su respuesta. El vector de pesos de la red, se convierte en una copia del vector de medidas de la fruta.

$$w(2) = w(1) + a\ (2)(p(2)\text{-}w\ (1))$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + 1\left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right) \tag{2.4.27}$$

La red puede ahora reconocer la fruta por sus medidas; la neurona respondió en la tercera iteración, aún cuando el sistema de detección visual falló, por lo tanto la red realizará una asociación entre la presencia de la fruta y el vector de estímulos condicionados, sin importar si el sensor de visualización (estímulo no condicionado) opera adecuadamente.

$$a(3) = hardlim\,(w^0 p^0(3) + \mathbf{W}\boldsymbol{p}\,(3) - 2)$$

$$a(3) = hardlim\left(3*0 + \begin{bmatrix}1 & -1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\-1\\-1\end{bmatrix} - 2\right) = 1 \quad fruta\ \ detectada \qquad (2.4.28)$$

Cuando las medidas de la fruta han sido detectadas completamente, los pesos dejan de cambiar y se estabilizan.

$$w(3) = w(2) + a\,(3)(p(3) - w\,(2))$$

$$= \begin{bmatrix}1\\-1\\-1\end{bmatrix} + 1\left(\begin{bmatrix}1\\-1\\-1\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}1\\-1\\-1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\-1\\-1\end{bmatrix}\right) \qquad (2.4.29)$$

2.4.5 Red Outstar. Ya se ha visto como la red Instar (con una entrada tipo vector y una salida tipo escalar) puede resolver problemas de reconocimiento de patrones por asociación de un vector particular de estímulo, con su respuesta. La red Outstar, mostrada en la figura 2.4.7 tiene una entrada tipo escalar y una salida tipo vectorial y puede recordar patrones por asociación de un estímulo con un vector de respuesta.

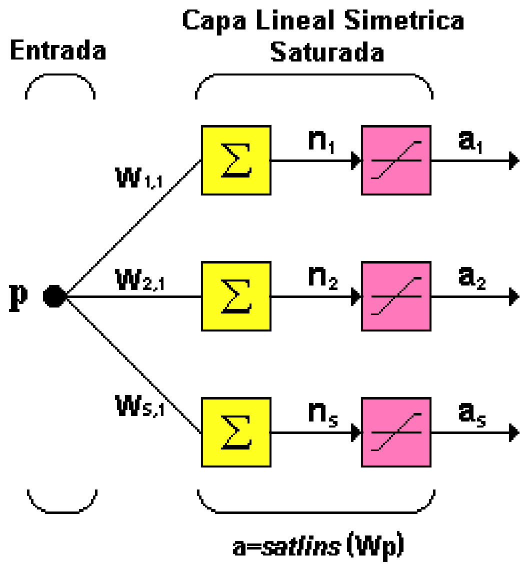

Figura 2.4.7 Red Outstar

La expresión de salida de esta red es:

$$\boldsymbol{a}=satlins(\boldsymbol{W}p) \qquad (2.4.30)$$

Se desea recordar un vector con valores entre –1 y 1, para lo cual se utilizará la función de saturación simétrica *satlins,* aunque pueden usarse otras funciones como por ejemplo hardlims.

Para derivar la regla Instar, el problema del olvido presentado por la regla de aprendizaje de Hebb fue limitado por el nuevo término de peso, el cual era proporcional a la salida de la red $a_{i.}$ De manera similar, para obtener la regla de aprendizaje Outstar el término con olvido se hará proporcional a la entrada de la red p_j ya que la salida de esta red es un vector, con el cual se espera simular el estímulo no condicionado.

$$w_{ij}(q) = w_{ij}(q-1) + \alpha\, a_i(q)\, p_j(q) - \gamma p_i(q) w_{ij}(q-1) \qquad (2.4.31)$$

Si se hace la rata de olvido γ igual a la rata de aprendizaje α se obtiene

$$w_{ij}(q) = w_{ij}(q-1) + \alpha\,(a_i(q) - w_{ij}(q-1))\; p_j(q) \qquad (2.4.32)$$

La regla Outstar tiene propiedades complementarias a la regla Instar; el aprendizaje ocurre cuando una entrada p_j tiene un valor diferente a cero (en lugar de a_i). Cuando el aprendizaje ocurre, la columna $w_{j,}$ se acerca al vector de salida.

Se entrenará la red de la figura 2.4.8, para observar el funcionamiento del algoritmo

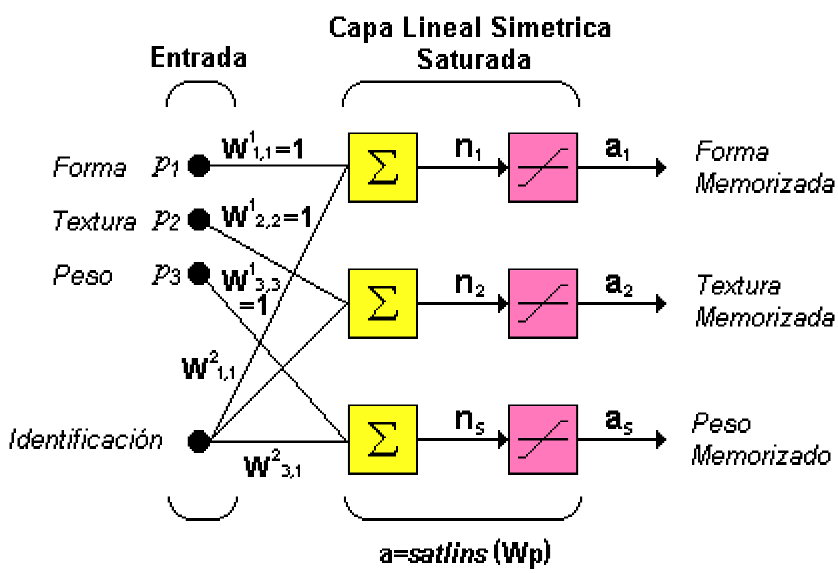

Figura 2.4.8 Reconocimiento de una fruta mediante una Outstar

La salida de la red será calculada como:

$$\boldsymbol{a}=satlins(\boldsymbol{W}^0\boldsymbol{p}^0+\boldsymbol{W}p) \tag{2.4.33}$$

Donde

$$\boldsymbol{W}^0=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{2.4.34}$$

Continuando con el reconocimiento de frutas, los estímulos condicionado y no condicionado son:

$$\boldsymbol{p}^0=\begin{bmatrix}forma\\textura\\peso\end{bmatrix} \quad p=\begin{cases}1, & la\ fruta\ es\ visualizada\\0, & la\ fruta\ no\ es\ visualizada\end{cases}$$

Como puede verse el estímulo no condicionado para una red Outstar tiene forma vectorial y el estímulo no condicionado forma escalar, en forma opuesta a la red de Instar; la salida esperada de la red, es el vector de medidas de la fruta para cualquier entrada disponible.

La matriz de pesos para el estímulo no condicionado $\boldsymbol{W}^0$ es la matriz identidad, así cualquier conjunto de medidas $\boldsymbol{p}^0$ (con valores entre 1 y-1) será reproducido a la salida de la red. La matriz de pesos para el estímulo condicionado $\boldsymbol{W}$, es inicializada en ceros para que un 1 en p no genere respuesta. $\boldsymbol{W}$ será actualizada con la regla Outstar, usando una rata de aprendizaje de 1.

La secuencia de entrenamiento consiste en repetidas presentaciones de la visualización de la fruta y de sus medidas, las cuales se escogieron de la siguiente forma:

$$p^0 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (2.4.35)$$

Para probar la red, el sistema de medidas de la red será presentado intermitentemente

$$\left\{ \boldsymbol{p}^0(1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ p(1) = 1 \right\},\ \left\{ \boldsymbol{p}^0(2) = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix},\ p(2) = 1 \right\} \qquad (2.4.36)$$

En la primera iteración la fruta es vista pero sus medidas no están disponibles, y como el vector de medidas es en este caso el estímulo no condicionado la red no estregará una respuesta.

$$\boldsymbol{a} = satlins(\boldsymbol{W}^0 \boldsymbol{p}^0(1) + \boldsymbol{W} p(1)) \qquad (2.4.37)$$

$$\boldsymbol{a}(1) = satlins\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} 1 \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\ no\ hay\ respuesta$$

La red ve la fruta, pero no puede determinar sus medidas porque aún no las ha aprendido; por lo tanto los pesos no son alterados

$$\boldsymbol{w}_1(1) = \boldsymbol{w}_1(0) + (\boldsymbol{a}(1) - \boldsymbol{w}_1(2))\,\boldsymbol{p}(1) \tag{2.4.38}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) 1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

En la segunda iteración, tanto la fruta como sus medidas son presentadas a la red

$$\boldsymbol{a}(2) = satlins\left(\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} 1 \right) = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \; medidas \;\; correctas \tag{2.4.39}$$

La red entregó las medidas de la fruta a la salida, es decir realizó la primera asociación entre la fruta y sus medidas, por lo tanto los pesos son actualizados

$$\boldsymbol{w}_1(2) = \boldsymbol{w}_1(1) + (\boldsymbol{a}(2) - \boldsymbol{w}_1(1))\,\boldsymbol{p}(2)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) 1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.4.40}$$

Cuando la fruta fue visualizada y sus medidas presentadas, la red forma una asociación entre ellas, la matriz de pesos es ahora una copia de las medidas de la fruta y de esa forma podrá recordarlas más adelante.

En la tercera iteración, las medidas no son presentadas a la red, y aún así la red las reproduce porque las recuerda por medio de la asociación que realizó

$$\boldsymbol{a}(3) = satlins\left(\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-1\\-1\\1\end{bmatrix}1\right) = \begin{bmatrix}-1\\-1\\1\end{bmatrix} \; medidas \;\; recordadas \qquad (2.4.41)$$

Desde este momento, los pesos no sufrirán grandes cambios, a menos que la fruta sea vista con medidas diferentes

$$\boldsymbol{w}_1(3) = \boldsymbol{w}_1(2) + (\boldsymbol{a}\,(3) - \boldsymbol{w}_1\,(2))\;\boldsymbol{p}(3) \qquad (2.4.42)$$

$$= \begin{bmatrix}-1\\-1\\1\end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix}-1\\-1\\1\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}-1\\-1\\1\end{bmatrix}\right)1 = \begin{bmatrix}-1\\-1\\1\end{bmatrix}$$

Las redes de Instar y Outstar son empleadas conjuntamente en la red ART [20], y cada una en forma independiente son utilizadas en gran cantidad de aplicaciones debido a su fácil implementación y al funcionamiento casi intuitivo de su regla de aprendizaje; las redes asociativas se utilizan principalmente para filtrado de información en la reconstrucción de datos, eliminando distorsiones o ruido, también se emplean para explorar relaciones entre informaciones similares, para facilitar la búsqueda por contenido en bases de datos y para resolver problemas de optimización.