

Taller

Análisis de series no lineales de tiempo

R. Mansilla

CEIICH, UNAM



El objetivo de este taller es desarrollar las técnicas de análisis de series de tiempo no lineales basadas en el teorema de inmersión de F. Takens.

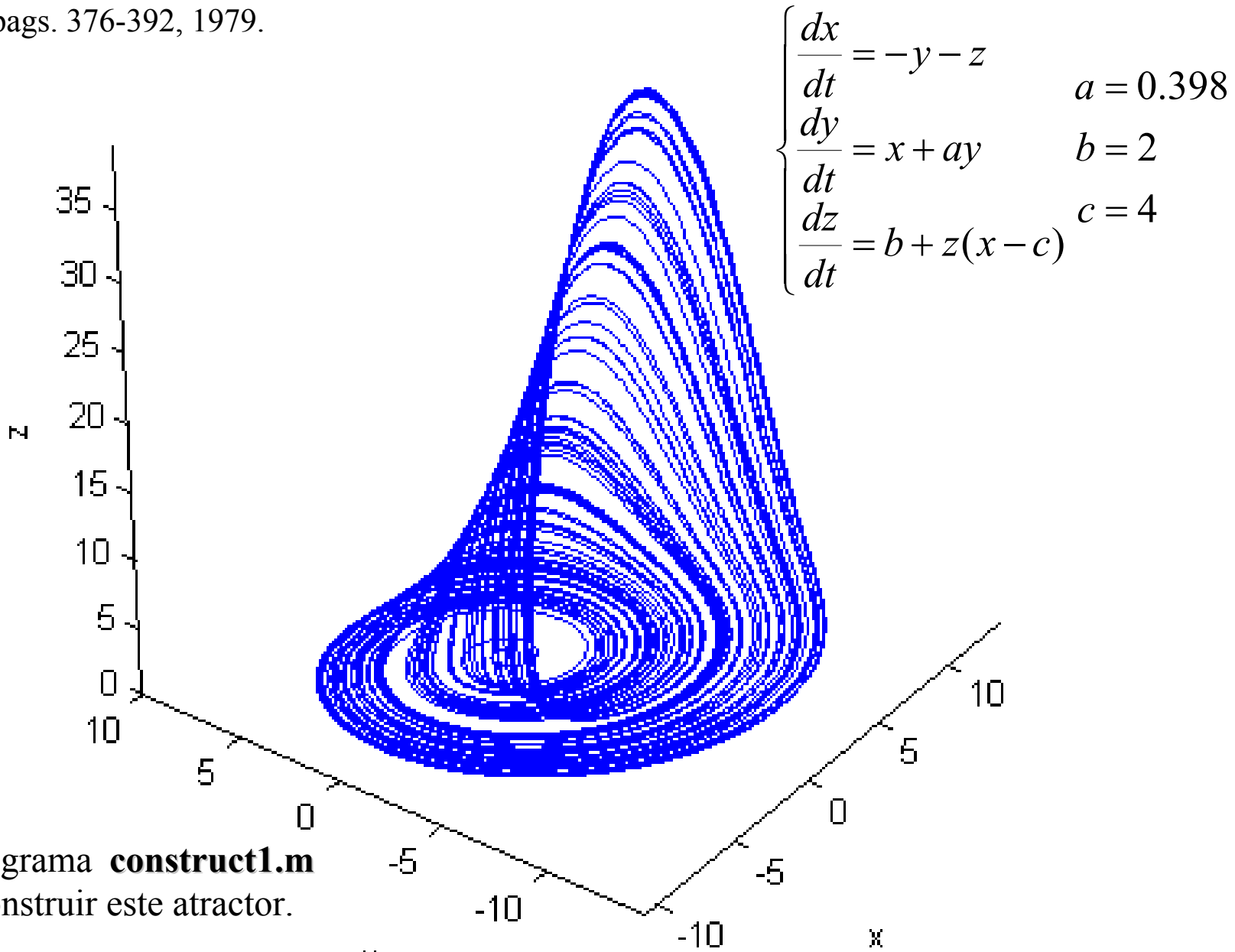
F. Takens, “Detecting strange attractors in turbulence”

Springer Lectures Notes in Mathematics, 898, 1981.

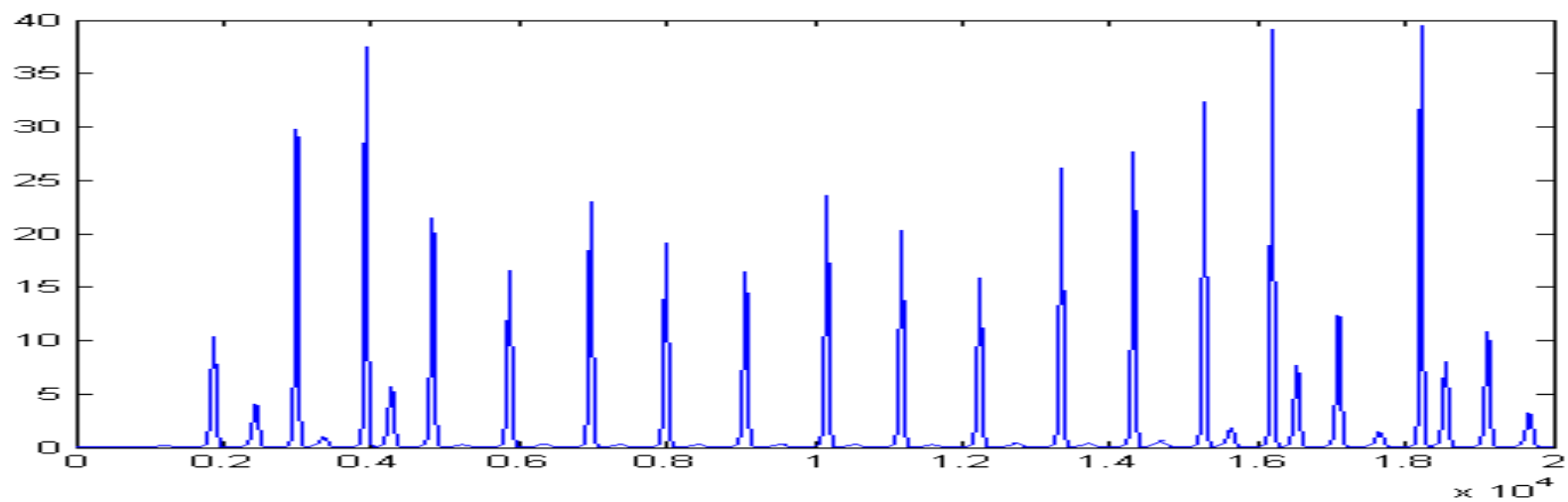
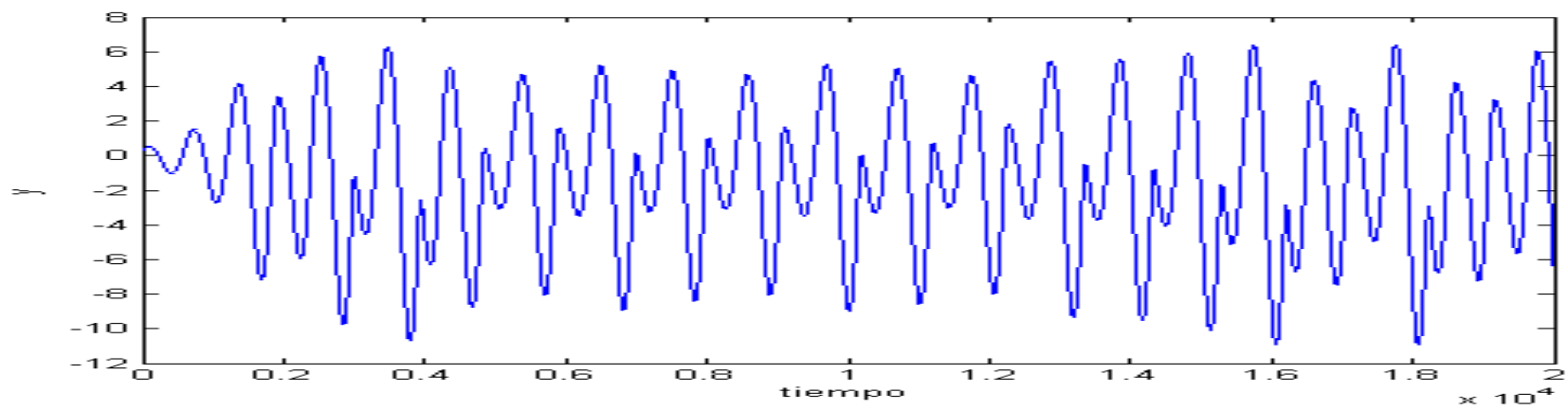
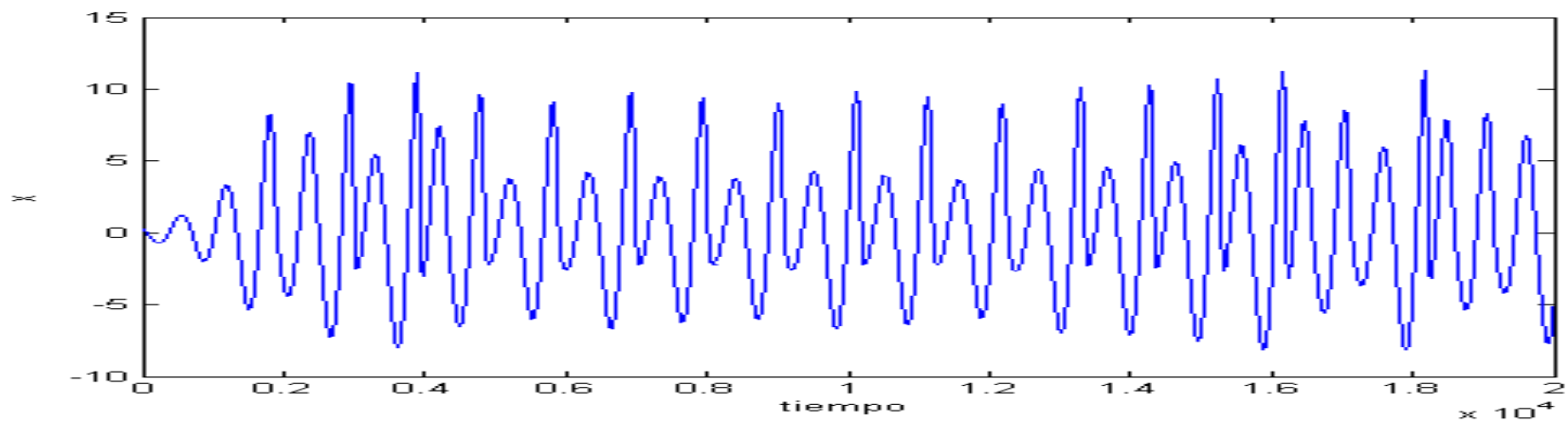
Todos los programas fueron desarrollados en MATLAB 6.5 y están disponibles para los participantes.

Otto E. Rossler, "Continuous chaos-four prototype equations", Annals of N.Y. Academy of Sciences

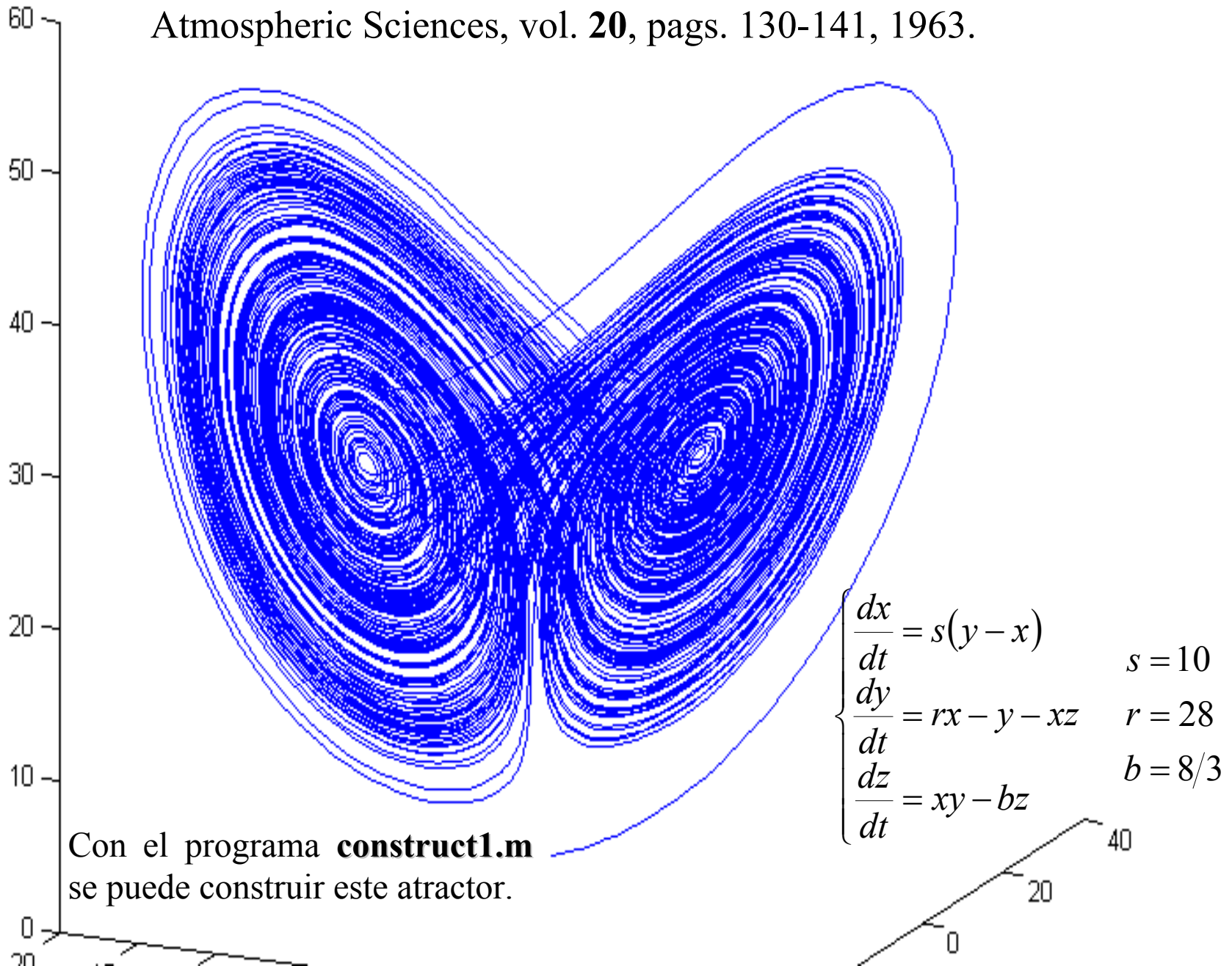
vol. **316**, pags. 376-392, 1979.

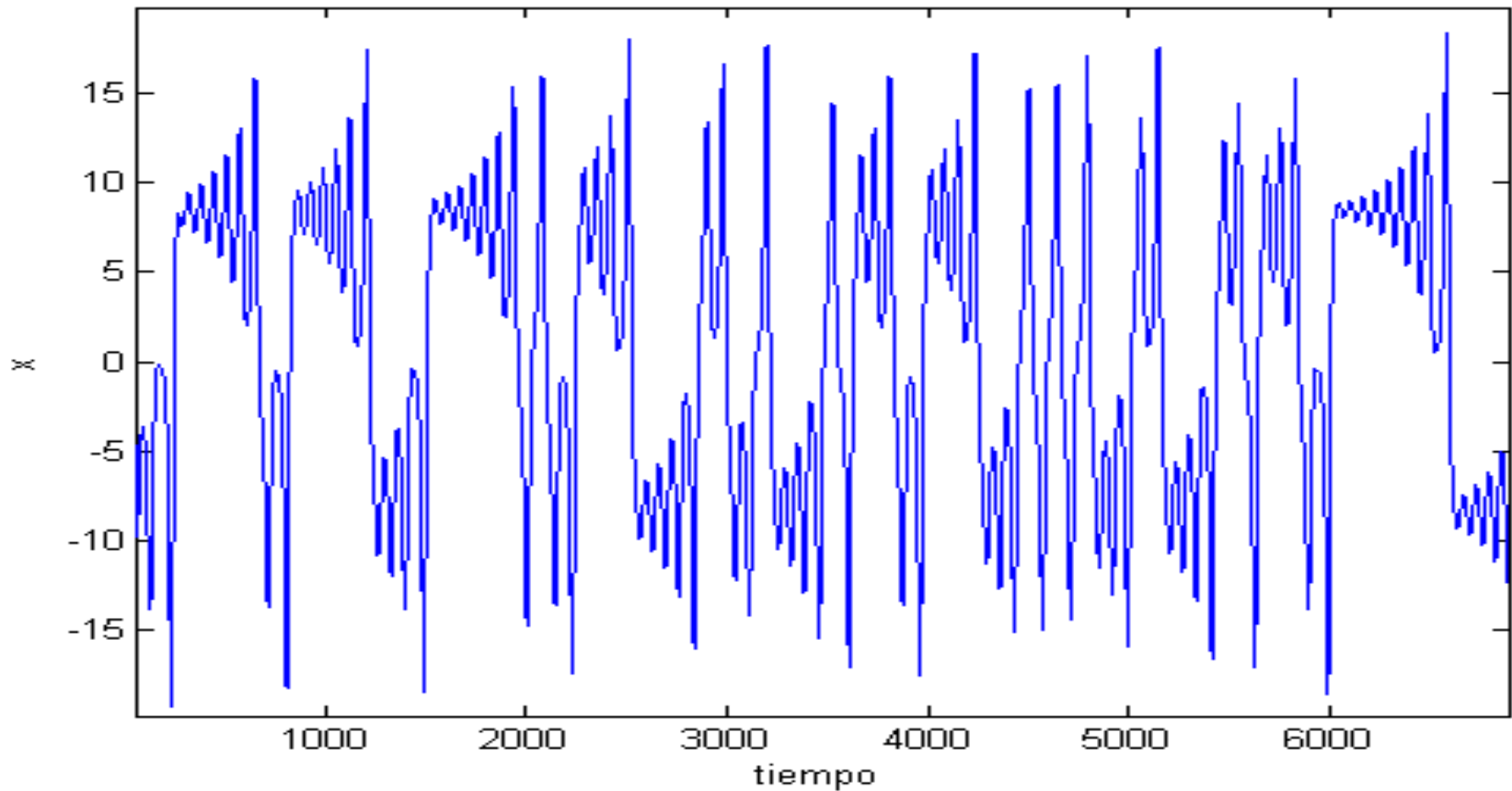


Con el programa **construct1.m**
se puede construir este atractor.



E. Lorenz, "Deterministic nonperiodic flow", Journal of Atmospheric Sciences, vol. **20**, pags. 130-141, 1963.





¿Cómo reconstruir el atractor de Lorenz utilizando solamente la componente “x” del vector ?



The dripping faucet problem



Geometry from a Time Series

N. H. Packard, J. P. Crutchfield, J. D. Farmer, and R. S. Shaw

Dynamical Systems Collective, Physics Department, University of California, Santa Cruz, California 95064
(Received 13 November 1979)

It is shown how the existence of low-dimensional chaotic dynamical systems describing turbulent fluid flow might be determined experimentally. Techniques are outlined for reconstructing phase-space pictures from the observation of a single coordinate of any dissipative dynamical system, and for determining the dimensionality of the system's attractor. These techniques are applied to a well-known simple three-dimensional chaotic dynamical system.

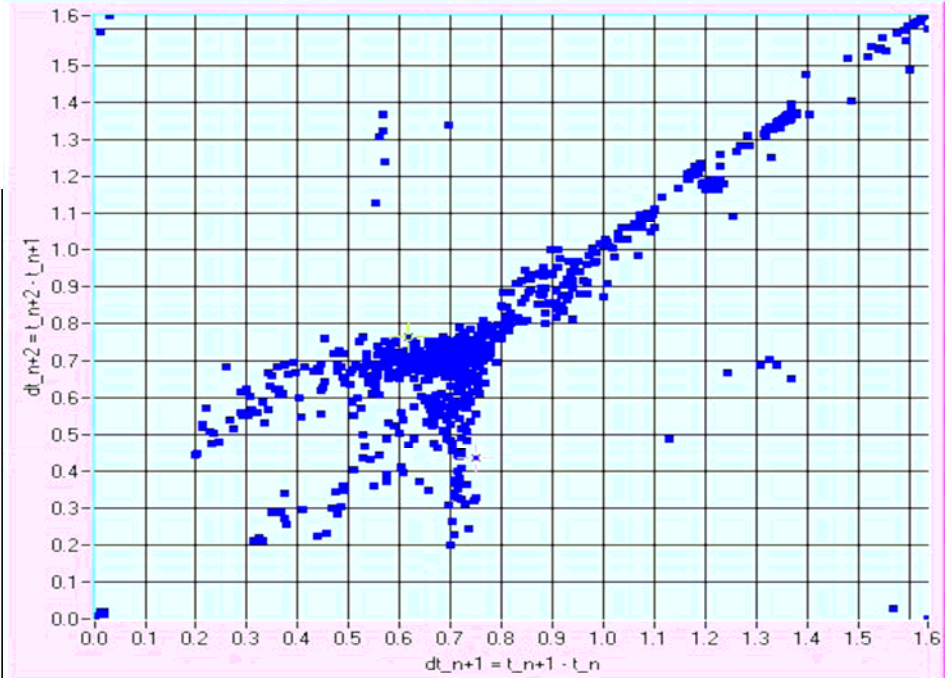
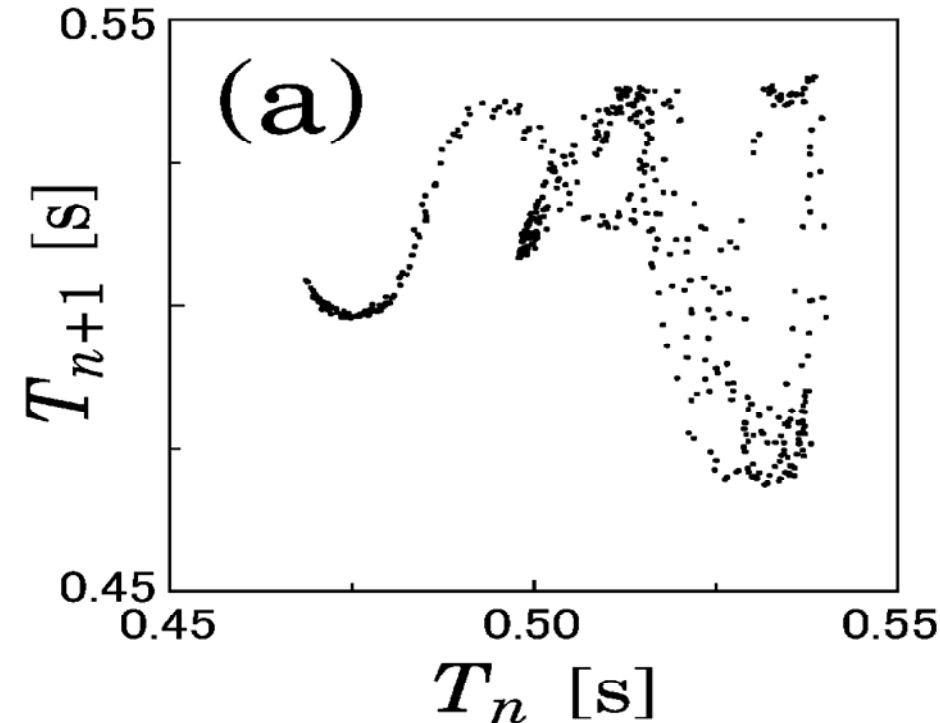
PACS numbers: 47.25.-c

Lorenz originally demonstrated that very simple low-dimensional systems could display "chaotic" or "turbulent" behavior.¹ Attractors which display such behavior were termed "strange attractors" by Ruelle and Takens,² who then went on to conjecture that these strange attractors are

the cause of turbulent behavior in fluid flow. The experiments of Gollub and Swinney have strengthened the conjecture,³ but the question still remains: How can we discern the nature of the strange attractor underlying turbulence from observing the actual fluid flow?

712

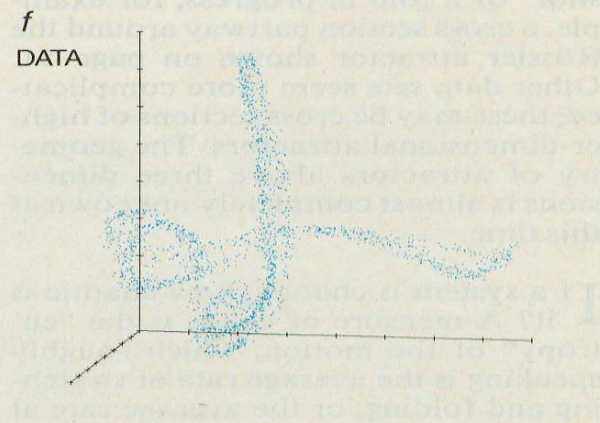
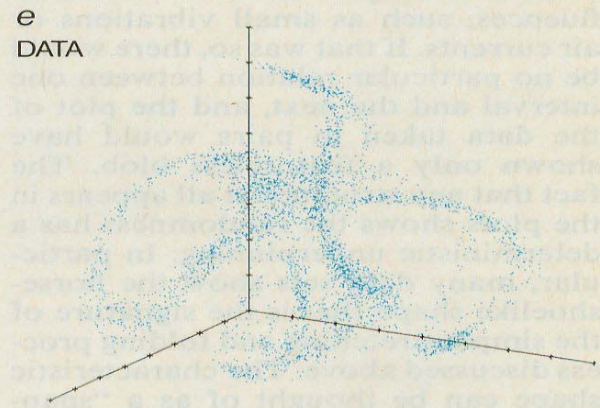
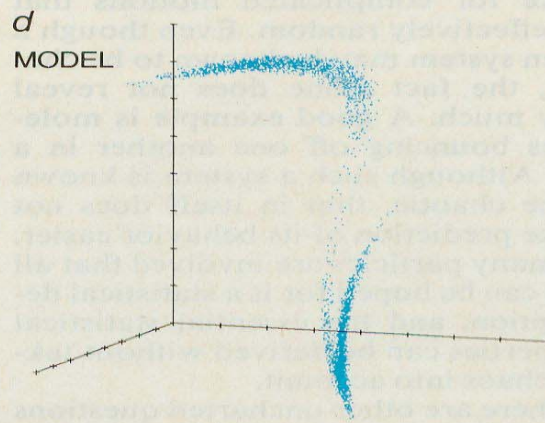
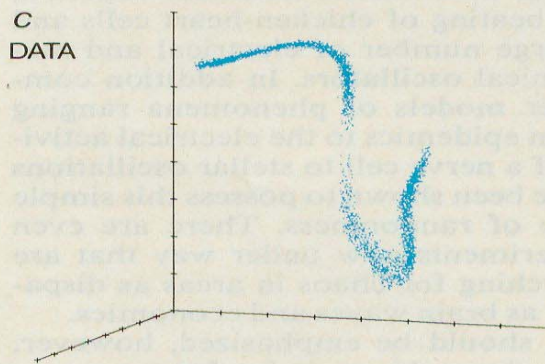
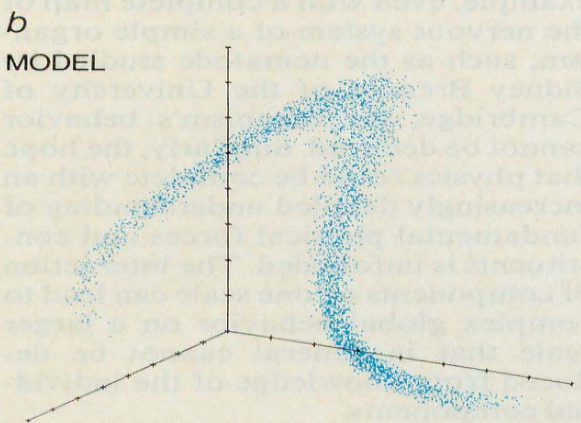
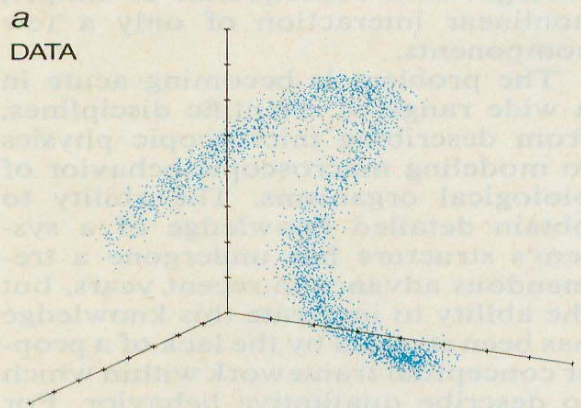
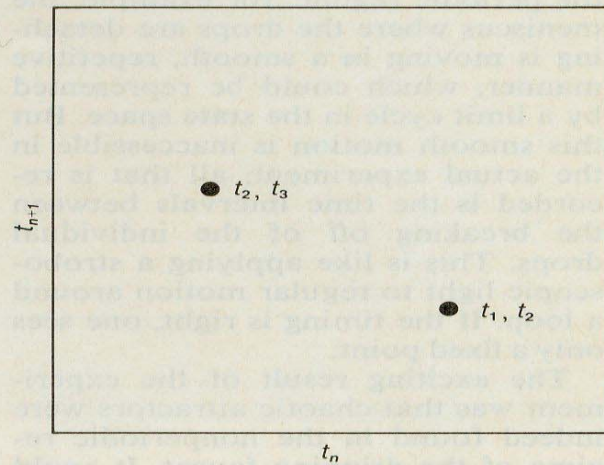
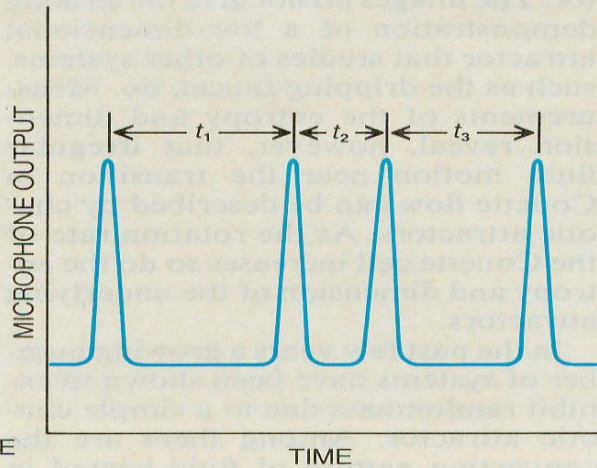
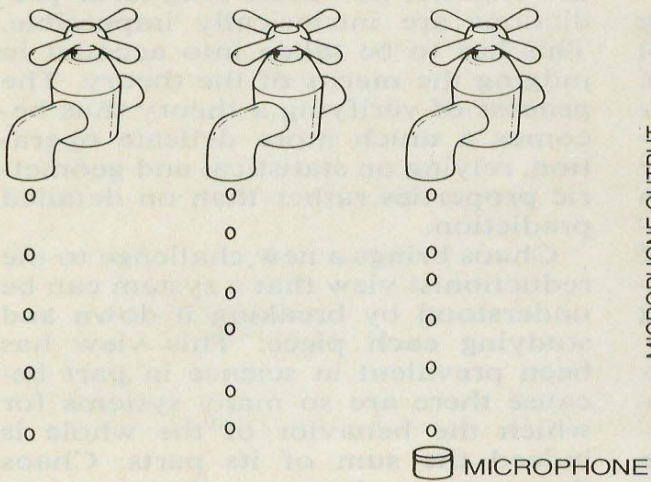
© 1980 The American Physical Society



La idea básica era construir vectores con los datos consecutivos de la serie de tiempo de los tiempos que separan la caída de las gotitas.

Se asumía que esos vectores guardaban la suficiente información del fenomeno como para poder reconstruir el atractor a partir de ellos.

Esta idea abrió una nueva línea de trabajo que ha demostrado ser muy fructífera en las aplicaciones.



Lecture Notes in Mathematics

Edited by A. Dold and B. Eckmann
Series: Mathematics Institute, University of Warwick
Adviser: D.B.A. Epstein

898

Dynamical Systems and Turbulence, Warwick 1980

Proceedings of a Symposium Held at the University of Warwick 1979/80

Edited by D.A. Rand and L-S. Young

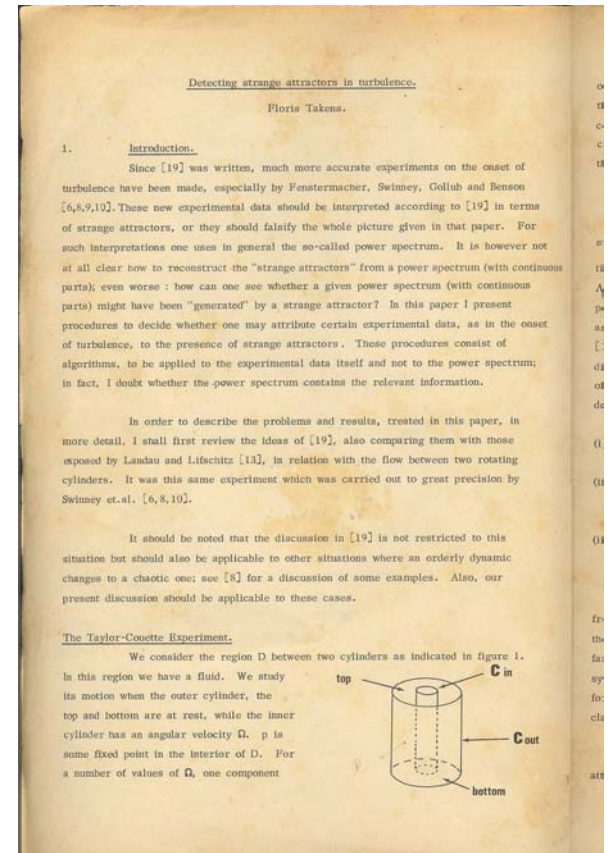


R. Mausilla

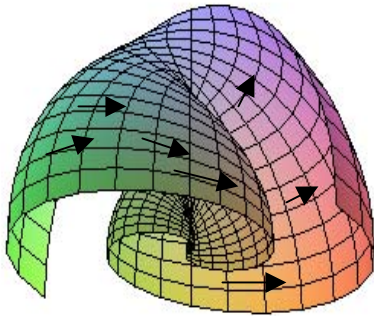
Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York 1981

En el año 1981 F. Takens publicó un trabajo donde obtenía condiciones suficientes para lograr la inmersión de los datos de las series de tiempo en un espacio de dimensión mayor.

El 95% de las aplicaciones actuales del Teorema de Takens se hacen sin verificar adecuadamente las hipótesis del mismo.



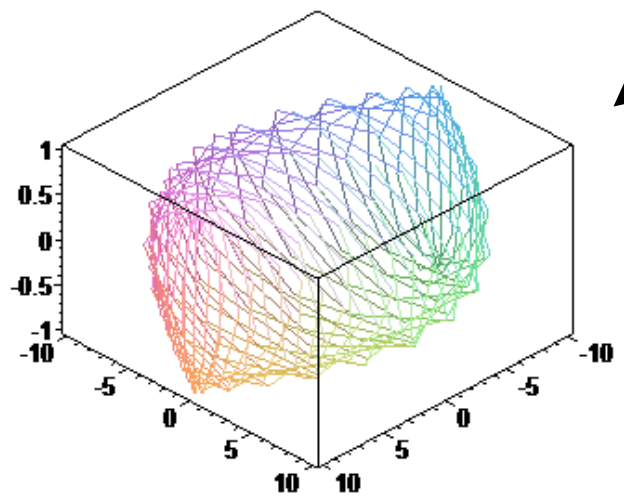
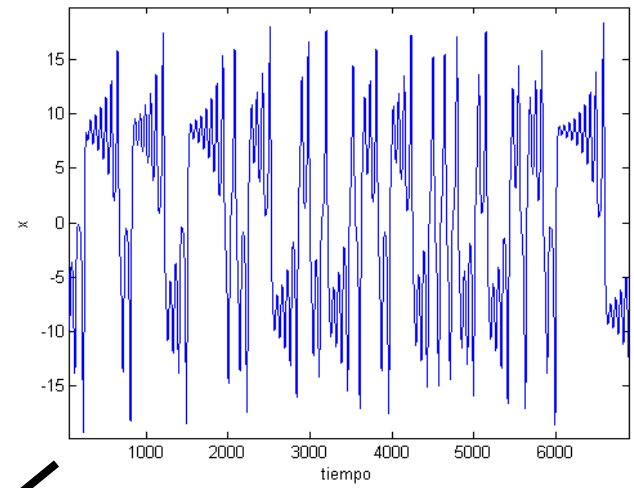
$$\{x_t\}_{t \in I}$$



g



observable



Método de inmersión

$$(x_t, x_{t-\tau}, \dots, x_{t-(n-1)\tau})$$

n : dim de inmersión

τ : retraso (delay)

El problema básico con la aplicación del teorema de Takens es que solo postula la existencia de los parámetros n y τ , pero no brinda ningun método para calcularlos.

A continuación expondremos los procedimientos más comunes que son utilizados para la estimación de estos parámetros.

Existen dos conceptos teóricos asociados a esta búsqueda, Se trata del concepto de información mutua y el de integral de correlación.

Información mutua

El concepto de información mutua fue introducido por C. Shannon en 1948.

C. Shannon, “ A mathematical theory of communication”, The Bell Systems Technical Journal, vol. 27, pags. 379-423, 1948.

Dadas dos series:

$$X = \{x_1, \dots, x_n\} \quad , \quad Y = \{y_1, \dots, y_n\}$$

Su información mutua $I(X, Y)$ representa el número promedio de bits de la serie X que pueden ser predichos al medir Y

$$I(X, Y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n P_{X,Y}(i, j) \log_2 \left[\frac{P_{X,Y}(i, j)}{P_X(i)P_Y(j)} \right]$$

$P_{X,Y}(i, j)$ Probabilidad de observar a la variable X en la posición i y a la variable Y en la j

$P_X(i)$ Probabilidad de observar a la variable X en la posición i

A partir de lo anterior se construye la función de información mutua:

$$M(d) = I(X_i, X_{i+d}) = \sum_{i=1}^n P_{X,X}(i, i+d) \log_2 \left[\frac{P_{X,X}(i, i+d)}{P_X(i)P_X(i+d)} \right]$$

Nótese que se calcula la información mutua de la serie contra ella misma desplazada d unidades hacia delante. El programa **mutinf2.m** calcula la función de información mutua.

El valor correcto de τ es el primer mínimo de la función de información mutua.

A. M. Fraser, H. L. Swinney, “Independent coordinates for strange attractors from mutual information”, *Physical Review A*, vol. **33**, pag. 1134, 1986.

C. J. Celluci, *et al.*, “Statistical validation of mutual information calculations: comparison of alternative numerical methods”, *Physical Review E*, vol. 71, 066208, 2005.

M. Small, “Applied nonlinear time series analysis”, World Scientific, 2005.